ISSN 0285-3817

東北工業大学紀要

I 理工学編

第 32 号

2012 年 3 月

目　　次

東 北 工 業 大 学

仙　台

An Inequality about the Class Number of Imaginary Quadratic Fields

Tsutomu SHIMADA*

Abstract

The class number h_K of an imaginary quadratic field K satisfies $h_K \geq p_K$, where p_K is the Ono invariant. We shall define p'_K, a new edition of p_K, and prove that $h_K \geq p'_K \geq p_K$. In many cases we have $p'_K > p_K$.

1. Introduction

The aim of this paper is to further improve the inequality proved by Möller [3] and Sasaki [7] about the class number of imaginary quadratic fields. Let $m(\neq -1, -3)$ be a negative square-free rational integer, and $K = \mathbf{Q}(\sqrt{m})$ where $\mathbf{Q}$ is the field of rationals. Let $\varepsilon = 1$ and 0 when $m \equiv 1 \bmod 4$ and $m \equiv 2, 3 \bmod 4$, respectively. Let d_K be the discriminant, h_K the class number and O_K the ring of integers of K. We denote by ω the integer $(\varepsilon + \sqrt{d_K})/2$. Note that $\omega = (1 + \sqrt{m})/2$ when $m \equiv 1 \bmod 4$ and $\omega = \sqrt{m}$ when $m \equiv 2, 3 \bmod 4$. Let $\mathbf{N}$ be the set of all natural numbers and $\mathbf{Z}$ the set of all rational integers. We denote by N the norm mapping from K to $\mathbf{Q}$ and by Tr the trace mapping. For $a(\geq 2) \in \mathbf{N}$ and $b \in \mathbf{Z}$, the module $[a, b + \omega]$ generated by a and $b + \omega$ over $\mathbf{Z}$ is an ideal of O_K if and only if a divides $N(b + \omega)$.

Let $p_K = \max\{$the number of prime factors of $N(b + \omega)$; $0 \leq b \leq |d_K|/4-1\}$, where prime factors are not necessarily distinct. The number p_K is called the Ono invariant([1], [4]) or Ono's number([2], [6]). The following results are well-known.

THEOREM A (Rabinowitsch [5]). *$h_K = 1$ if and only if $p_K = 1$.*
THEOREM B (Sasaki [7]). *$h_K = 2$ if and only if $p_K = 2$.*
THEOREM C (Möller [3], Sasaki [7]). *It holds that $h_K \geq p_K$.*

Let S be the set of all $b \in \mathbf{Z}$ such that $0 \leq b \leq 2N\omega - 2$ and does not have the form of $N\omega + l^2 - 1$ ($\mathbf{Z} \ni l \geq 0$) when $m \equiv 1 \bmod 4$, and the set of $b \in \mathbf{Z}$ such that $0 \leq b \leq 2N\omega - 1$ and does not have the form of $N\omega + l^2 + l$ ($\mathbf{Z} \ni l \geq 0$) when $m \equiv 2, 3 \bmod 4$. Let $N(b + \omega) = p_1 \cdots p_n$ ($b \in \mathbf{Z}$), where p_i's are prime numbers not necessarily distinct, and let b_1 be the number of p_i's whose prime divisors in K do not belong to any ambiguous ideal class, and let $b_2 = n - b_1$ which is the number of p_i's whose prime divisors belong to an ambiguous class. Let b' be the natural number 2^{b_2-1} when $b_1 = 0$, and $b_1 \times 2^{b_2}$ when $b_1 \neq 0$. Now we define $p'_K = \max\{b', b \in S\}$. We shall prove that this is a revised edition of p_K. It is clear that $p'_K \geq p_K$. Main result of this paper is the following :

Received Oct. 5, 2011
* Professor, Center of General Education

THEOREM. *It holds that* $h_K \geq p'_K$.

Examples :
$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-21})$, then $h_K = 4$, $p_K = 3$ and $p'_K = 4$.
$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-26})$, then $h_K = 6$, $p_K = 4$ and $p'_K = 6$.
$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-41})$, then $h_K = 8$, $p_K = 5$ and $p'_K = 8$.
$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-65})$, then $h_K = 8$, $p_K = 5$ and $p'_K = 8$.
$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-311})$, then $h_K = 19$, $p_K = 8$ and $p'_K = 13$.

2. Preliminary lemmas

LEMMA 1. *An ideal* $[a, b+\omega](\neq O_K,\ 2 \leq a \in \mathbf{N},\ 0 \leq b \in \mathbf{Z})$ *is principal if and only if the equation* $X^2 - d_K Y^2 = 4a$ *has an integral solution* $(X, Y) = (s, t)$ *such that*

$$(*) \qquad \frac{s-(2b+\varepsilon)t}{2a} \in \mathbf{Z}.$$

PROOF. Assume $[a, b+\omega]$ is principal. Then, there exist $x, y \in \mathbf{Z}$ with $(ax+(b+\omega)y) = [a, b+\omega]$. We have $a = N(ax+(b+\omega)y) = (ax+by)^2+y(ax+by)Tr\omega+y^2N\omega$ and $4a = \{2(ax+by)+\varepsilon y\}^2-d_Ky^2$ because of $Tr\omega = \varepsilon$ and $N\omega = (\varepsilon - d_K)/4$. Thus we get desired solutions $s = 2ax + (2b+\varepsilon)y$, $t = y$.

Next assume $X^2 - d_KY^2 = 4a$ has an integral solution $(X, Y) = (s, t)$ that satisfies (*). Let $\alpha = \{s-(2b+\varepsilon)t\}/2 + (b+\omega)t$. It is easy to see that $\alpha \in [a, b+\omega]$ and $N\alpha = a$. Thus, $[a, b+\omega]$ is a principal ideal generated by α. The lemma is proved.

When $(X, Y) = (s, t)$ satisfies $X^2 - d_KY^2 = 4a$, we have

$$\frac{s-(2b+\varepsilon)t}{2} \times \frac{s+(2b+\varepsilon)t}{2} = a - N(b+\omega)t^2 \equiv 0 \mod a.$$

Therefore, when a is a prime number, the condition (*) of Lemma 1 holds for $(X, Y) = (s, t)$ or $(s, -t)$.

Let $N(b+\omega) = aa'$ with $1 < a, a' < N(b+\omega)$. Since $(b+\omega) = [a, b+\omega][a', b+\omega]$, $[a, b+\omega]$ is principal if and only if $[a', b+\omega]$ is principal. From the point of Lemma 1, we can see this as follows. Let s and t be as in Lemma 1, and define

$$s' = \frac{(2b+\varepsilon)s - d_Kt}{2a} \text{ and } t' = \frac{s-(2b+\varepsilon)t}{2a}.$$

Note that $t' \in \mathbf{Z}$ because of Lemma 1. Then, $s'^2 - d_Kt'^2 = 4a'$. And further we have

$$s = \frac{(2b+\varepsilon)s' - d_Kt'}{2a'} \text{ and } t = \frac{s'-(2b+\varepsilon)t'}{2a'}.$$

Therefore, Lemma 1 leads to the equivalence of principality of $[a, b+\omega]$ and $[a', b+\omega]$.

LEMMA 2. *Assume* $N(b+\omega) = aa'$ $(1 < a, a' < N(b+\omega),\ a, a' \in \mathbf{N},\ 0 \leq b \in \mathbf{Z})$ *and* $[a, b+\omega]$ *is principal. Let* $(X, Y) = (s, t)$ *be an integral solution of* $X^2 - d_KY^2 = 4a$ *which satisfies* $(*)$ *in Lemma 1, and let* t' *be as above. Then,* $tt' < 0$ *and*

$$b = -tt'N\omega + \frac{(st'-1)^2 - (-tt'\varepsilon + 1)^2}{4(-tt')}.$$

PROOF. By the definition, we have

$$a't^2 + at'^{\,2} = \frac{s' - (2b+\varepsilon)t'}{2}t + \frac{s - (2b+\varepsilon)t}{2}t' = 1 - (2b+\varepsilon)tt'.$$

It is clear that $a't^2 + at'^2 = 1$ contradicts the assumption. So, $tt' < 0$. As was mentioned in the proof of Lemma 1,

$$\frac{s - (2b+\varepsilon)t}{2} + (b+\omega)t = \frac{s - t\varepsilon}{2} + \omega t$$

is a generator of $[a, b + \omega]$. Thus

$$at' = N\Big(\frac{s - t\varepsilon}{2} + \omega t\Big)t' = \Big(\frac{s - t\varepsilon}{2}\Big)^2 t' + \frac{s - t\varepsilon}{2}tt'\varepsilon + t^2t'N\omega.$$

On the other hand, by the definition of t', we have

$$at' = \frac{s - t\varepsilon}{2} - tb.$$

So,

$$-tb = \Big(\frac{s - t\varepsilon}{2}\Big)^2 t' + \frac{s - t\varepsilon}{2}tt'\varepsilon - \frac{s - t\varepsilon}{2} + t^2t'N\omega.$$

From this, it is easy to get the desired form of b.

Replacing $X^2 - d_KY^2 = 4a$ by $X^2 - d_KY^2 = \pm 4a$ and $-tt'$ by $\mp tt'$ if necessary, we can easily show Lemmas 1 and 2 to be true for real quadratic fields. Now we shall prove the inverse of Lemma 2, that is

LEMMA 3. *Assume that b is a rational integer such that*

$$b = nN\omega + \frac{l^2 - (n\varepsilon + 1)^2}{4n} \quad \text{with some } l\ (\in \mathbf{Z}) \geq 0 \text{ and } n \in \mathbf{N}.$$

Then, $N(b + \omega)$ is a composite number which has a divisor a $(1 < a < N(b + \omega))$ such that $[a, b + \omega]$ is a principal ideal.

PROOF. Our assumption means $l^2 - (n\varepsilon + 1)^2 \equiv 0 \bmod 4$ so that $l \equiv n\varepsilon + 1 \bmod 2$. Let $l = 2u + n\varepsilon + 1$ with $u \in \mathbf{Z}$. If $u = 0$, then $b = nN\omega$ and

$$N(b + \omega) = (N\omega)^2n^2 + n\varepsilon N\omega + N\omega = N\omega \cdot N(1 + n\omega).$$

Taking $a = N\omega$, we have $1 < a < N(b+\omega)$ and $[a, b+\omega] = [N\omega, nN\omega+\omega] = (\omega)$. This is a principal ideal. Next assume $u \neq 0$. Let $k = (u, n)$, $u = kx$, $n = ky$ with $x, y \in \mathbf{Z}$.

$$b = nN\omega + \frac{4u^2 + 4u(n\varepsilon + 1)}{4n} = nN\omega + \frac{u(u+1)}{n} + u\varepsilon.$$

Then, $u(u+1) \equiv 0 \bmod n$, $x(u+1) \equiv 0 \bmod y$. So, we have $u+1 \equiv 0 \bmod y$ because $(x, y) = 1$. Letting $u+1 = vy$ $(v \in \mathbf{Z})$, we have $b = nN\omega+vx+kx\varepsilon$. We denote by $\omega'(= \varepsilon - \omega)$ the complex conjugate of ω. Since

$$(x + y\omega)(v + k\omega') = nN\omega + vx + kx\varepsilon + (vy - kx)\omega = b + \omega,$$

we get

$$N(b + \omega) = N(x + y\omega) \cdot N(v + k\omega).$$

Because $n = ky \neq 0$, we see $N(x + y\omega) \neq 1$ and $N(v + k\omega) \neq 1$. Therefore, $N(b + \omega)$ is composite. Let $a = N(x + y\omega)$. Then $[a, b + \omega]$ is an ideal and $x + y\omega = x - by + y(b + \omega) = (u - bn)/k + y(b + \omega)$.

Here

$$\begin{aligned} u - bn &= \frac{l-(n\varepsilon+1)}{2} - \frac{l^2-(n\varepsilon+1)^2}{4} - \frac{\varepsilon - d_K}{4}n^2 = -\frac{(l-1)^2 - d_K n^2}{4} \\ &= -\frac{k^2}{4}\left\{\left(\frac{l-1}{k}\right)^2 - d_K y^2\right\} = -k^2 N(x+y\omega) = -k^2 a. \end{aligned}$$

So, $x+y\omega = -ka+y(b+\omega) \in [a, b+\omega]$ and $[a, b+\omega] = (x+y\omega)$ is principal. If we take $a = N(v + k\omega)$, we can prove $[a, b + \omega] = (v + k\omega)$ by the same way. Our lemma is proved.

LEMMA 4. *Let b (≥ 0) be a rational integer such that the ideal $[a, b+\omega]$ is not principal for any divisor a of $N(b + \omega)$ with $1 < a < N(b + \omega)$. Then, $h_K \geq b'$.*

PROOF. Let $N(b+\omega) = p_1 \cdots p_{b_1} p'_1 \cdots p'_{b_2}$, where p_i's are prime numbers whose prime divisors in K do not belong to any ambiguous ideal class and p'_j's are the others. Let $\wp_i$ and $\wp'_j$ denote prime ideals $[p_i, b+\omega]$ and $[p'_j, b+\omega]$ respectively. First assume $b_1 \neq 0$. Then, by the assumption, all the ideal classes of $\wp_1$, $\wp_1\wp_2$, $\cdots$, $\wp_1 \cdots \wp_{b_1}$ are distinct from one another. Further, classes of product of any $\wp_1 \cdots \wp_i$ ($1 \leq i \leq b_1$) and any sub-product of $\wp'_1 \cdots \wp'_{b_2}$ are all distinct from one another. So, we have $h_K \geq b' (= b_1 \times 2^{b_2})$. Next assume $b_1 = 0$. Sub-products of $\wp'_1 \cdots \wp'_{b_2}$ generate 2^{b_2-1} distinct ideal classes. Thus, we have $h_K \geq b'$ $(= 2^{b_2-1})$.

LEMMA 5. *Let the notation be the same as before. Suppose an ideal $[a, b + \omega]$ $(1 < a < N(b + \omega))$ is principal with a number b such that $0 \leq b \leq kN\omega - \{2 + (k + 2)\varepsilon\}/4$ $(2 \leq k \in \mathbf{N})$. Then $1 \leq |tt'| \leq k - 1$.*

PROOF. The number $t^2t'^2 = (4a-s^2)(4a'-s'^2)/d_K^2$ increases according to the decrease of s^2 and s'^2.

Assume $s = 0$, then since $-d_Kt^2 = 4a$ and $s' = -d_Kt/2a$, we have $s' = 2/t \in \mathbf{Z}$. So, $|t| = 1$ or 2. If $|t| = 1$, then $|s'| = 2$, $|d_K| = 4a$, $|t'| = (2b+\varepsilon)/2a = 2(2b+\varepsilon)/|d_K|$ and $|tt'| = (4b+2\varepsilon)/|d_K|$. If $|t| = 2$, then $|s'| = 1$, $|d_K| = a$, $|t'| = (2b + \varepsilon)|t|/2a = (2b + \varepsilon)/|d_K|$ and $|tt'| = (4b + 2\varepsilon)/|d_K|$.

Assume $|s| = 1$. From $1 + |d_K|t^2 = 4a$, we have $|d_K|t^2 < 4a$. Thus $|t'| \leq \{1+ |(2b + \varepsilon)t|\}/2a = \{2+ |2(2b + \varepsilon)t|\}/4a < \{2+ |2(2b + \varepsilon)t|\}/|d_K|t^2$ and $|tt'| < (4b + 2 + 2\varepsilon)/|d_K|$.

Similarly, $s' = 0$ and $|s'| = 1$ implies the same inequalities respectively. So, in general, $|tt'| < (4b + 2 + 2\varepsilon)/|d_K|$ for any (s, t) and (s', t').

Now our assumption on b yields $(4b + 2 + 2\varepsilon)/|d_K| \leq k$. Therefore we have $|tt'| \leq k - 1$. If $t = 0$, then $s^2 = 4a$ and $t' = s/2a \in \mathbf{Z}$, thus $a = 1$ which contradicts the assumption. In the same way, $t' = 0$ leads $a' = 1$ and $a = N(b + \omega)$ which is a contradiction. Our lemma is proved.

3. Proof of Theorem

Assume $m \equiv 1 \bmod 4$. The inequality $0 \le b \le kN\omega - \{2 + (k+2)\varepsilon\}/4$ means $0 \le b \le 2N\omega - 2$ when $k = 2$. Let $0 \le b \le 2N\omega - 2$ and $[a, b+\omega]$ be principal with some divisor a $(1 < a < N(b+\omega))$ of $N(b+\omega)$. By virtue of Lemmas 1,2 and 5 $(k = 2)$, we have $|tt'| = 1$ and $b = N\omega + (l^2 - 4)/4$ with some $l \in \mathbf{Z}$ since $tt' < 0$ from the proof of Lemma 2. Because b is a rational integer, replacing l by $2l$, we get $b = N\omega + l^2 - 1$ $(\mathbf{Z} \ni l \ge 0)$ which does not belong to the set S. Thus, no one ideal $[a, b+\omega]$ $(1 < a < N(b+\omega))$ is principal for all $b \in S$. Then, Lemma 4 proves our theorem.

Next, assume $m \equiv 2, 3 \bmod 4$. The inequality $0 \le b \le kN\omega - \{2 + (k+2)\varepsilon\}/4$ means $0 \le b \le 2N\omega - 1$ when $k = 2$. If $[a, b+\omega]$ $(1 < a < N(b+\omega)$, $0 \le b \le 2N\omega - 1)$ is principal, $b = N\omega + (l^2 - 1)/4$ with some $l \in \mathbf{Z}$. Replacing l by $2l+1$, we get $b = N\omega + l^2 + l$ $(\mathbf{Z} \ni l \ge 0) \notin S$. Thus our theorem is proved by Lemma 4.

Remark. Suppose that b $(\ge 0, \in \mathbf{Z})$ never has the form of $nN\omega + \{l^2 - (n\varepsilon + 1)^2\}/4n$ with l $(\ge 0) \in \mathbf{Z}$ and $n \in \mathbf{N}$. Then, Lemma 2 and Lemma 4 imply $h_K \ge b'$. When we define p''_K $(\ge p'_K)$, a new edition of p'_K, to be the maximum of b' with b runs over all the numbers described above, then we have $h_K \ge p''_K$. This is also a generalization of Theorem C.

4. Another proof of a result of J. Cohen and J. Sonn

In their work [1], J. Cohen and J. Sonn proved the following Corollary by using the class numbers and Theorem A. And further they wrote that it would be interesting to know if there is a direct proof. Now we present a such proof. Let $l(p)$ denote the smallest prime number which is a quadratic residue mod p $(p > 3)$ and let $l(3) = 1$.

COROLLARY 26[1]. *Let p be an odd prime and $K = \mathbf{Q}(\sqrt{-p})$. Then $p_K = 1$ if and only if $l(p) = (1+p)/4$.*

PROOF. It is trivial when $p = 3$, thus we treat the case $p \ge 5$. First assume $p_K = 1$. If $p \equiv 1 \bmod 4$, then $N(b+\omega) = b^2 + p$ and $|d_K|/4 - 1 = p - 1$. Clearly $b^2 + p$ cannot be prime when $b = 1$, so $p_K \ge 2$, which is a contradiction. Thus we have $p \equiv 3 \bmod 4$ and $N(b+\omega) = b^2 + b + (1+p)/4$. Let $p = 4n+3$ $(n \ge 1)$, then $0 \le b \le |d_K|/4 - 1$ means $0 \le b \le n-1$. From the assumption, $N(\omega) = (1+p)/4$ is prime. $(1+p)/4 \equiv ((1+p)/2)^2 \bmod p$, so that $l(p) \le (1+p)/4$. Suppose there exists a prime number q such that $1 < q < (1+p)/4$ and $\left(\dfrac{q}{p}\right) = 1$. When q is odd, $\left(\dfrac{-p}{q}\right)\left(\dfrac{q}{p}\right) = \left(\dfrac{-1}{q}\right)(-1)^{\frac{p-1}{2}\frac{q-1}{2}} = (-1)^{\frac{q-1}{2}}(-1)^{\frac{p-1}{2}\frac{q-1}{2}} = (-1)^{\frac{p+1}{2}\frac{q-1}{2}} = 1$ because $(p+1)/2$ is even. We obtain $\left(\dfrac{-p}{q}\right) = 1$ and the ideal (q) splits in K. Any prime ideal over (q) is of the form $[q, b_0 + \omega]$ with some b_0 $(0 \le b_0 \le q-1)$. We have $b_0 \le n-1$ because $q - 1 < (1+p)/4 - 1 = n$. Our assumption leads to $q = N(b_0 + \omega)$. $N(b_0+\omega) \ge N(\omega) = (1+p)/4$, thus $q \ge (1+p)/4$. This contradicts the definition of q. When $q = 2$, $\left(\dfrac{2}{p}\right) = 1$ means $p^2 \equiv 1 \bmod 16$ and then $p \equiv 1, 7, 9,$

15 mod 16. Since $p \equiv 3 \bmod 4$, we have $p \equiv -1 \bmod 8$. Thus, (2) splits in K. Any prime ideal over (2) is of the form $[2, r+\omega]$ $(0 \leq r \leq 1)$. Our assumption means $2 = N(r+\omega)$. Now $N(r+\omega) \geq N(\omega) \geq (1+p)/4$, thus $2 \geq (1+p)/4$ which is a contradiction. As a result, we have $l(p) = (1+p)/4$.

Conversely, assume $l(p) = (1+p)/4$. In this case, $1+p \equiv 0 \bmod 4$ thus $p \equiv 3 \bmod 4$ and $d_K = -p$. As it is easy to see $p_K = 1$ when $p = 7$, we may assume $p \geq 11$. We write $p = 4n+3$ $(n \geq 2)$, then $0 \leq b \leq |d_K|/4 - 1$ is equivalent to $0 \leq b \leq n-1$. If there exists r $(0 \leq r \leq n-1)$ such that $N(r+\omega)$ is composite, we define the number q to be the least prime factor of $N(r+\omega)$. When q is odd, since $N(r+\omega) = \{(2r+1)^2+p\}/4 \equiv 0 \bmod q$, (q) splits in K that is $\left(\frac{-p}{q}\right) = 1$. Now, as above, $\left(\frac{-p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right) = 1$, so $\left(\frac{q}{p}\right) = 1$. Further, $q \leq \sqrt{N(r+\omega)} \leq \sqrt{N(n-1+\omega)} = \sqrt{n^2+1} < n+1 = (1+p)/4$ which contradicts $l(p) = (1+p)/4$. When $q = 2$, $N(r+\omega) = \{(2r+1)^2+p\}/4 \equiv 0 \bmod 2$ implies $1+p \equiv 0 \bmod 8$. Then, $(p^2-1)/8$ is even and $\left(\frac{2}{p}\right) = 1$. But, in our case, $l(p) = (1+p)/4 \geq 3$. This is a contradiction. Therefore, every $N(r+\omega)$ $(0 \leq r \leq n-1)$ is proved to be prime, and then $p_K = 1$.

References

[1] Cohen, J., Sonn, J. : On the Ono invariants of imaginary quadratic fields, *J. Number Theory*, **95**, 2002, 259-267.

[2] Ishibashi, M. : A sufficient arithmetical condition for the ideal class group of an imaginary quadratic field to be cyclic, *Proc. Amer. Math. Soc.*, **117**(3), 1993, 613-618.

[3] Möller, H. : Verallgemeinerung eines Satzes von Rabinowitsch über imagin är-quadratische Zahlkörper, *J. Reine Angew. Math.*, **285**, 1976, 100-113.

[4] Mollin, R.A. : *Quadratics*, CRC Press, 1996.

[5] Rabinowitsch, G. : Eindeutigkeit der Zerlegung in Primzahlfaktoren in quadratischen Zahlkörpern, *J. Reine Angew. Math.*, **142**, 1913, 153-164.

[6] Sairaiji, F., Shimizu, K. : A note on Ono's numbers associated to imaginary quadratic fields, *Proc. Japan Acad.*, **77**, *Ser. A*, 2001, 29-31.

[7] Sasaki, R. : On a Lower Bound for the Class Number of an Imaginary Quadratic Field, *Proc. Japan Acad.*, **62**, *Ser. A*, 1986, 37-39.

Analysis of Compton $B(z)$ Function of Polyethylene Polymer by LCAO-Fourier Transformation Model

Kentaro UMEDA*, Teiji KOBAYASI**, Kohjiro KOBAYASHI*** and Hiroshi SAKURAI****

Abstract

Recently the electronic momentum density of polyethylene have been obtained by X- and γ-ray Compton scattering experiments. We have constructed $–CH_2–CH_2–$ polymer electronic structure by a linear combination of atomic orbitals (LCAO) based on Carbon sp^3 hybridized orbitals and Hydrogen 1s orbitals, corresponding to a simplified structure model, and calculated Compton $B(z)$ function to analyze experimental result. The analysis can reproduce the overall trend of the experimental result and show that the LCAO-Fourier transformation model is to be useful to reveal the electronic momentum density of polyethylene polymer. In order to reproduce more details of experimental result, it has been tried to introduce charge transfer parameters reflecting potential interaction effect among orbitals.

1. Introduction

For many years, the Compton scattering of X- and/or γ-ray has been used to study the electronic structure of atomic, molecular and solid state systems [1-7].

Compton profile function (CP) $J(q_z)$ to be experimentally obtained is defined given by the double integral of the electron momentum density $\rho(\boldsymbol{q})$ as follows,

$$J(q_z) = \iint \rho(\boldsymbol{q}) \mathrm{d}q_x \mathrm{d}q_y, \tag{1}$$

where q_x, q_y and q_z are the Cartesian components of the momentum $\boldsymbol{q}$ and q_z lies along the scattering of photons. The CP function can be connected to the function of autocorrelation between constituting electronic wave functions, as shown in §2. This nature gives us a powerful means to analyze experimental CP. We define the Fourier inversion transform $B(\boldsymbol{r})$ of momentum density, which is often called the Compton scattering $B(\boldsymbol{r})$ function, by

$$B(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\boldsymbol{q}} \rho(\boldsymbol{q}) e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}, \tag{2}$$

where Ω is the volume of the system.

One-dimensional Fourier transform of $B(z)$ can be connected to CP as follows,

Received Oct. 19, 2011
* Professor, Center of General Education
** Professor, Dept. of Radiological Technology, Niigata University
*** Postdoctoral fellow, Advanced Technology Research Center, Gunma University
**** Professor, Dept. of Production Science and Technology, Gunma University

$$B(z) = \int J(q_z) e^{-iq_z z} \mathrm{d}q_z. \tag{3}$$

The experimental $B(z)$ functions for various directions of $\boldsymbol{r}$ are used to be sensitive tests for theoretical wave functions of electronic states.

Recently, X- and γ-ray Compton scattering experiments have been attempted on polymer system, for example polyethylene and have provided useful information on the electronic momentum density [6]. It is very interesting to investigate the electronic structure of $-CH_2-CH_2-$ polymer whether to be interpreted well in a linear combination of atomic orbitals (LCAO). We analyze the experimental result of $B(z)$ obtained by coauthors K. Kobayashi and H. Sakurai, first by the autocorrelation in a simple LCAO model based on hybridized Carbon sp^3- and Hydrogen 1s-orbitals. Next, to improve the model, it is tried to introduce parameters corresponding to charge transfer effect due to the potential interactions among orbitals.

2. Structure Model of Polyethylene Polymer

The structure of polyethylene (PE) has been investigated experimentally by X-, γ-ray diffraction or neutron scattering. These experiments show that the PE has the structure of a zigzag chain of —CH_2— as shown in Fig. 1. In the recent experiment [8], the values of the bond length and angles are measured as given in Table 1. As discussed below, we take the four Carbon $2s(2p)^3$-hybridized orbitals for the C-C and C-H bonds and Hydrogen 1s orbital. As shown in Fig. 1, we take a set of $-CH_2-CH_2-$ as a unit cell. Carbon atoms constituting the polymer are in the zigzag chain along the c-axis. The two hydrogen atoms of $-CH_2-$ are

Table 1 Bond length (Å) and angles (°) of polyethylene

C-C	1.53Å
C-H_1	1.05Å
C-H_2	1.05Å
∢ C-C-C	112.5°
∢ H_1-C-H_2	109°

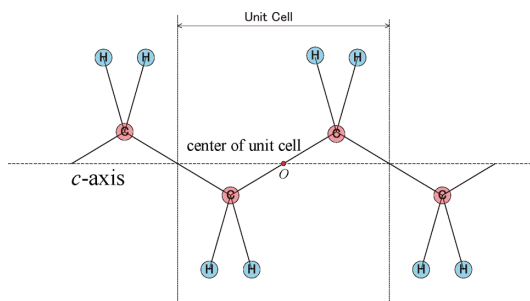



Figure 1 A zigzag chain of $-CH_2-$ approximating the structure of polyethylen

each other on the opposite side to the plane containing the Carbon chain, and the line connecting the two Hydrogen atoms is perpendicular to this plane, namely, they are in the a-b axis plane. In the experiment, the PE polymer is crystallized along the c-axis. We assume that the PE polymer is an one-dimensional crystal which has lattice structure along the c-axis, and the z-direction in calculating $B(z)$ is taken along the c-axis.

3. Method of Calculation

3.1 Bloch wave functions in LCAO model

Here we define the Bloch wave function, $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$, for an electronic state having wave vector $\boldsymbol{k}$ at the position $\boldsymbol{r}$ in the PE chain. A crystal has a periodic lattice structure. The position vector of the m-th unit cell is defined by primitive lattice vector (Bravais lattice vector) $\boldsymbol{R}_m$ in the one-dimensional PE chain. We assume electronic states in the unit cell are given by LCAO. We describe the basis function (atomic or hybridized orbital) in the LCAO chain as $\varphi_j(\boldsymbol{r})$. The $\varphi_j(\boldsymbol{r})$ is an orbital function belonging to j-th atom ($j=1\sim s$) at $\boldsymbol{r}$ in the m-th unit cell, as shown in Fig. 2, where the point of O is the origin of experimental coordinate, the point O_m is the origin of the m-th unit cell, and the o_j is the center of the j-th atom. The $\boldsymbol{r}$ is the position vector of an arbitrary point P around the o_j. The $\boldsymbol{R}_m$ is the position vector of the O_m from the origin O. The τ_j is the non-primitive translation vector in unit cell.

The Bloch wave function $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ is expanded as

$$\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = N_{\boldsymbol{k}}(1/sN)^{1/2}\sum_m\sum_j \exp\left[i\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{R}_m+\boldsymbol{\tau}_j)\right]\varphi_j(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_m-\boldsymbol{\tau}_j), \tag{4}$$

where N is the total number of unit cell of volume Ω_0 ($\Omega=N\Omega_0$) and $N_{\boldsymbol{k}}$ is the normalization constant of $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$.

The $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ can be written according to the Bloch theorem as follows

$$\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = (1/\Omega)^{1/2}\exp(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})u_k(\boldsymbol{r}), \tag{5}$$

where the $u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ of the crystal periodicity is given by

$$u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = N_{\boldsymbol{k}}(\Omega/sN)^{1/2}\sum_m\sum_j \exp\left[-i\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_m-\boldsymbol{\tau}_j)\right]\varphi_j(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_m-\boldsymbol{\tau}_j), \tag{6}$$

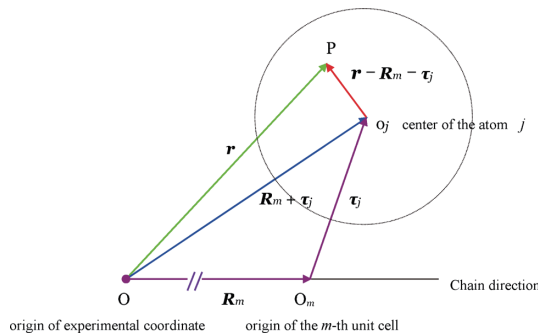



Figure 2 The coordinate system for Bloch wave function in LCAO model

with the relation

$$u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{R}_m)=u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}). \tag{7}$$

3.2 Compton $B(z)$ function in LCAO-Fourier transformation model

We introduce the Fourier expansion as

$$u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{\Omega}\sum_{\boldsymbol{q}}u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})\exp(i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}). \tag{8}$$

It follows from Eq. (7) that

$$\begin{aligned}u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{R}_m)&=\sum_{\boldsymbol{q}}u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})\exp\left[i\boldsymbol{q}\cdot(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{R}_m)\right]\\&=\sum_{\boldsymbol{q}}\exp(i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{R}_m)u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})\exp(i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}).\end{aligned} \tag{9}$$

In order to satisfy Eq. (7) for any translational vector $\boldsymbol{R}_m$, it needs the relation

$$\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{R}_m=2\pi\cdot\text{integer}. \tag{10}$$

Equation (10) means that the vector $\boldsymbol{q}$ restricted to the reciprocal lattice $\boldsymbol{G}$. Therefore, $u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})$ can be described by

$$\begin{aligned}u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})&=\frac{1}{\Omega}\int u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3r\\&=N_{\boldsymbol{k}}\cdot\left[\frac{1}{N}\sum_m\exp(-i\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{R}_m)\right]\cdot\left[\frac{1}{s}\sum_j\exp(-i\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{\tau}_j)\varphi_j(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G})\right],\end{aligned} \tag{11}$$

where we define the Fourier transform $\varphi_j(\boldsymbol{p})$ of the basis orbital functions $\varphi_j(\boldsymbol{r})$ by

$$\varphi_j(\boldsymbol{p})\equiv\left(\frac{s}{\Omega_0}\right)^{1/2}\int\varphi_j(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3r. \tag{12}$$

Next we consider the electron wave function $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})$ in the momentum $\boldsymbol{q}$-space described by the Fourier transformation of $\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ as

$$\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})=\frac{1}{\sqrt{\Omega}}\int\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3r. \tag{13}$$

On the other hand, the electron momentum density $\rho(\boldsymbol{q})$ of the crystal system is given by

$$\rho(\boldsymbol{q})=2\sum_{\boldsymbol{k}}\left|\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})\right|^2=2\sum_{\boldsymbol{k}}\left|\frac{1}{\sqrt{\Omega}}\int\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3r\right|^2. \tag{14}$$

The $\rho(\boldsymbol{q})$ function in solid crystal gives us the fundamental information of electronic properties of the crystal and can be connected to the Compton profile measured in Compton scattering experiments. As shown in Eq. (2), $B(\boldsymbol{r})$ is given by the Fourier transform of $\rho(\boldsymbol{q})$.

Once the function $B(\boldsymbol{r})$ is obtained as a function of $\boldsymbol{r}$, we can obtain the $\rho(\boldsymbol{q})$ through the inversion of Eq. (2) as

$$\rho(\boldsymbol{q})=\int B(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r})\mathrm{d}\boldsymbol{r}. \tag{15}$$

Using the following property of Dirac delta function

$$\sum_{\boldsymbol{q}} \exp\left[i\boldsymbol{q}\cdot\left(\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}''\right)\right]=\Omega\delta\left(\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}''\right), \tag{16}$$

the $B(\boldsymbol{r})$ function can be converted to the autocorrelation form among the electronic state wave functions as

$$B(\boldsymbol{r})=2\sum_{\boldsymbol{k}}\frac{1}{\Omega}\int\psi_{\boldsymbol{k}}^{*}(\boldsymbol{r}')\psi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{r})\mathrm{d}^{3}r'. \tag{17}$$

This form can be easily converted to the following form ;

$$B(\boldsymbol{r})=2\sum_{\boldsymbol{k}}N_{\boldsymbol{k}}^{2}\sum_{\boldsymbol{G}}\exp\left[i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G})\cdot\boldsymbol{r}\right]\cdot\left(\frac{1}{S}\right)^{2}\sum_{j}\sum_{j'}\exp\left[i\boldsymbol{G}\cdot\left(\boldsymbol{\tau}_{j}-\boldsymbol{\tau}_{j'}\right)\right]\varphi_{j}^{*}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G})\,\varphi_{j'}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G}). \tag{18}$$

Defining the $\phi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})$ by

$$\phi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})\equiv\frac{1}{S}\sum_{j}\exp\left(-i\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{\tau}_{j}\right)\varphi_{j}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G}), \tag{19}$$

we obtain the simple form of the $B(\boldsymbol{r})$ function given by

$$B(\boldsymbol{r})=\frac{2}{\Omega}\sum_{\boldsymbol{k}}N_{\boldsymbol{k}}^{2}\sum_{\boldsymbol{G}}\exp\left[i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G})\cdot\boldsymbol{r}\right]\cdot\left|\phi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})\right|^{2}, \tag{20}$$

where the normalization constant $N_{\boldsymbol{k}}$ is given by

$$N_{\boldsymbol{k}}=\left(\frac{1}{\sum_{\boldsymbol{G}}\left|\phi_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{G})\right|^{2}}\right)^{1/2}. \tag{21}$$

From Eq. (20), we can see that the $B(\boldsymbol{r})$ at $\boldsymbol{r}=0$ gives the mean value of electron density, and at any primitive lattice vector $\boldsymbol{R}_m$, the $B(\boldsymbol{r})$ satisfies $B(\boldsymbol{R}_m)=0$.

3.3 Fourier transformation of sp^3 hybridized orbitals

As shown in Fig. 3, we adapt an approximate model for the C-atom configuration in the $-CH_2-CH_2-$ polymer unit given by the configuration of Carbon $2s(2p)^3$ hybridized orbital of T_d-symmetry. Generally, atomic orbitals can be written as follows,

$$\phi_{nlm}(\boldsymbol{r})=R_{nl}(\boldsymbol{r})Y_{lm}(\Omega_{\boldsymbol{r}}), \tag{22}$$

where $R_{nl}(\boldsymbol{r})$ is the radial function around the nucleus with the principal quantum number n and azimuth quantum number l. $Y_{lm}(\Omega_{\boldsymbol{r}})$ is spherical harmonics of quantum number l and magnetic quantum number m, and $\Omega_{\boldsymbol{r}}$ represents the pair of solid angle variables $\theta_{\boldsymbol{r}}$ and $\phi_{\boldsymbol{r}}$ of the vector of $\boldsymbol{r}$.

We define the fundamental position of atoms and the coordinate system for $-CH_2-CH_2-$ polymer unit as shown in Fig. 3.

In Fig. 3, ϕ_{H1}, ϕ_{H2}, $\phi_{H1'}$ and $\phi_{H2'}$ are the 1s orbitals of the constituting hydrogen atoms H1, H2, H1´ and H2´, respectively, and we call these oribitals Branch 1. The unit cell contains the two bases around the carbon cite O_1 and O_2. The $\phi_{C1A}\sim\phi_{C1D}$ are the Carbon $2s(2p)^3$ hybridized orbitals of the carbon atom in the basis 1. Similarly, $\phi_{C2A}\sim\phi_{C2D}$ are those of the carbon atom in the basis 2.

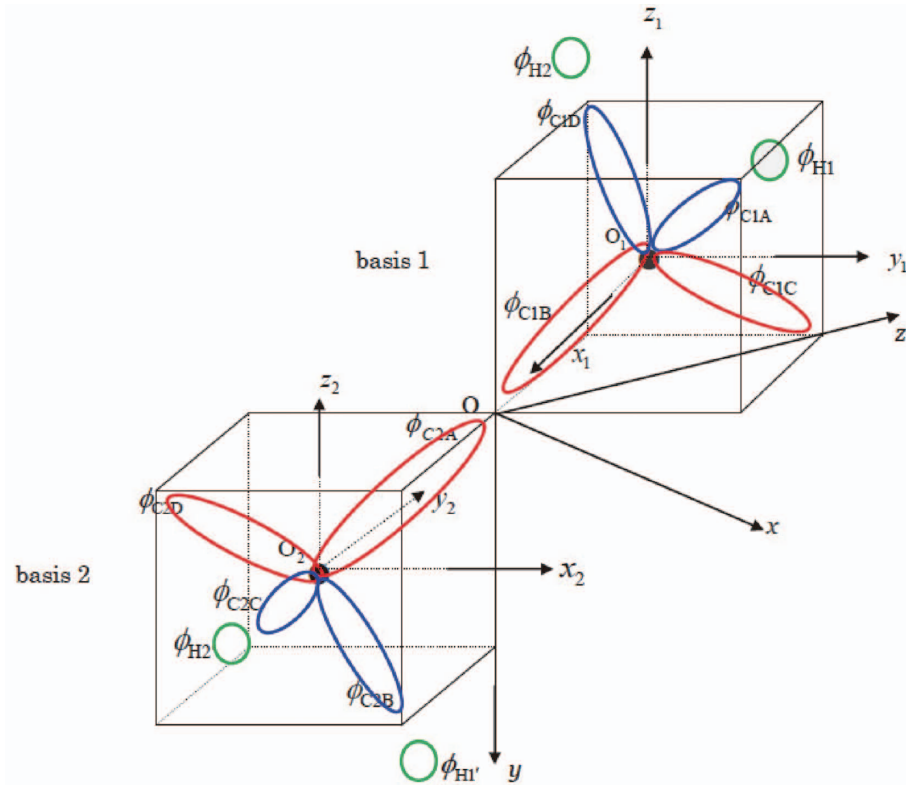



Figure 3 The definition of the fundamental position of atoms and the coordinate system for $-CH_2-CH_2-$ polymer unit

For the C-H bond in $-CH_2-CH_2-$ unit cell, we consider the contributions from ϕ_{C1A}, ϕ_{C1D}, ϕ_{C2B} and ϕ_{C2C} states and call these states Branch 2. Considering the contributions from ϕ_{C1B}, ϕ_{C1C}, ϕ_{C2A} and ϕ_{C2D} states for the C-C bond, we call these states Branch 3. Small contributions from the localized $C1s^2$ states are neglected in our calculation.

Each hybridized orbital is given by

$$\begin{aligned}
\phi_{C1A}(\boldsymbol{r}_1) &= \left[\varphi_S(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{x1}}(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{y1}}(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{z1}}(\boldsymbol{r}_1)\right]/2 \\
\phi_{C1B}(\boldsymbol{r}_1) &= \left[\varphi_S(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{x1}}(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{y1}}(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{z1}}(\boldsymbol{r}_1)\right]/2 \\
\phi_{C1C}(\boldsymbol{r}_1) &= \left[\varphi_S(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{x1}}(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{y1}}(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{z1}}(\boldsymbol{r}_1)\right]/2 \\
\phi_{C1D}(\boldsymbol{r}_1) &= \left[\varphi_S(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{x1}}(\boldsymbol{r}_1)-\varphi_{P_{y1}}(\boldsymbol{r}_1)+\varphi_{P_{z1}}(\boldsymbol{r}_1)\right]/2
\end{aligned} , \qquad (23)$$

here the vector $\boldsymbol{r}_1$ is the position vector at an arbitrary point from the origin O_1, and

$$\begin{aligned}
\phi_{\mathrm{C2A}}(\boldsymbol{r}_2) &= \left[\varphi_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{x2}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{y2}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{z2}}(\boldsymbol{r}_2)\right]/2 \\
\phi_{\mathrm{C2B}}(\boldsymbol{r}_2) &= \left[\varphi_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{x2}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{y2}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{z2}}(\boldsymbol{r}_2)\right]/2 \\
\phi_{\mathrm{C2C}}(\boldsymbol{r}_2) &= \left[\varphi_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{x2}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{y2}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{z2}}(\boldsymbol{r}_2)\right]/2 \\
\phi_{\mathrm{C2D}}(\boldsymbol{r}_2) &= \left[\varphi_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{x2}}(\boldsymbol{r}_2)-\varphi_{\mathrm{P}_{y2}}(\boldsymbol{r}_2)+\varphi_{\mathrm{P}_{z2}}(\boldsymbol{r}_2)\right]/2
\end{aligned}, \tag{24}$$

here, $\boldsymbol{r}_2$ is the position vector at an arbitrary point from the origin O_2.

In our analysis, we use the Clementi's Roothaan-Hartree-Fock free-ion wave functions [9] for $R_{nl}(\boldsymbol{r})$ of carbon atomic orbitals and, for hydrogen atoms, Bohr orbitals are used. Because these wave functions are given in analytical form, these analytical forms are very treatable and also effective in suppression of computational errors in our numerical calculation.

According to Eq. (17), $B(\boldsymbol{r})$ function can be evaluated by numerical integration in the real space with the analytic forms of Clementi's Roothaan-Hartree-Fock free-ion wave functions. But even if in one-dimensional crystal model for PE, the space integration is three dimensional and, for accurate calculation, in principle we must take all unit cells. On the other side, in our Fourier transformation model, the sum over all unit cells can be treated analytically and the region of integration in the momentum space can be restricted to the one dimensional 1st Brillouin zone. Additionally, as mentioned above, the Fourier transform of the basis orbital functions can be evaluated analytically, we can perform the three dimensional integration over the wave vector $\boldsymbol{k}$ precisely. To validate the calculation result, we examined it by changing the mesh size of $\boldsymbol{k}$-integration and the total number of $\boldsymbol{G}$ adopted in summation on $\boldsymbol{G}$, and confirmed an enough convergence, and the property of $B(\boldsymbol{R}_m)=0$ was ensured well.

4. Results and Discussion

We applied this LCAO-Fourier Transformation model in order to analyze our recent experimental $B(z)$ data of PE along c-axis. In Fig. 4, the theoretical $B(z)$ curves of each elementary wave function of LCAO are shown, where the curves are grouped to 3 types. Type 1 (indicated as Branch 1 (H1s) in Fig. 4) is the curve from each Hydrogen 1s orbital of hydrogen atom H1, H2, H1´ and H2´. Type 2 (Branch 2 (C-H bond_C2s(2p)^3) in Fig. 4) is the curve from each ϕ_{C1A}, ϕ_{C1D}, ϕ_{C2B} and ϕ_{C2C} orbitals in C-H bonds. Type3 (Branch 3 (C-C bond_C2s(2p)^3) in Fig. 4) is the curve from each ϕ_{C1B}, ϕ_{C1C}, ϕ_{C2A} and ϕ_{C2D} orbitals in C-C bonds. The theoretical curves are normalized to one at $z=0$. As shown in Fig. 4, the behaviors of Branch 1 and Branch 2 are very similar each other, the shape of Branch 3 curve from the electron in C-C bonding is different but is most similar to the experimental data as shown later.

Because four electrons belong to each branch, we give the theoretical $B(z)$ function as the sum of three type curves in equal weight. In Fig. 5, the experimental $B(z)$ and our theoretical results are shown. The experimental curves is also normalized to one at $z=0$. The theoretical curve obtained by LCAO based on sp^3 hybridized orbitals can reproduce overall trend of experimental data, but the discrepancies are re-

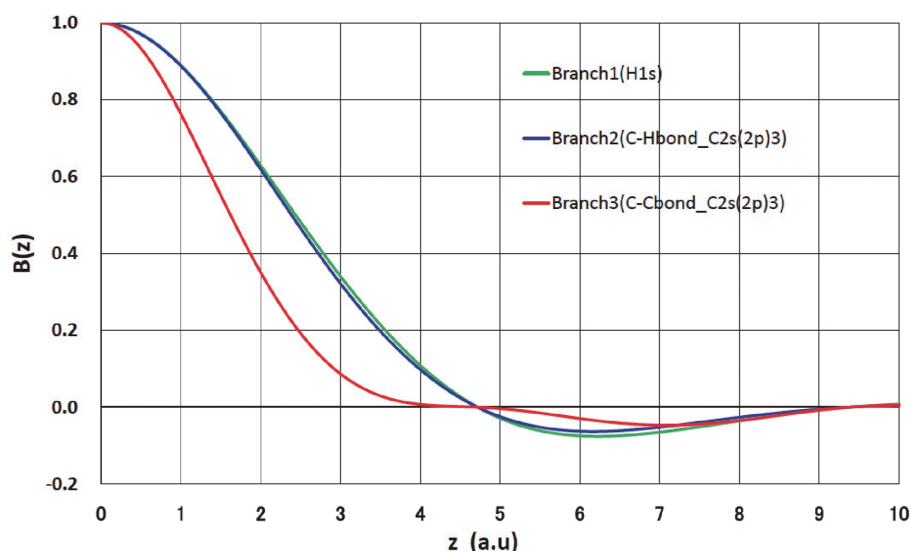



Figure 4 Theoretical $B(z)$ curve of each elementary wave function

mained. The experimental curve is decrease more rapidly with increase of z than the one of the present LCAO model.

As reasons of the discrepancy between the experiment result and the above simple model, we consider three possibilities. First, the present theoretical model is the simplified one-dimensional model along the c-axis, we do not consider the detail structure of the PE polymer on the a-b axis plane. Second, the experimentally observed PE structure has the electronic bond structure around Carbon atom slightly deviated from the configuration of Carbon $2s(2p)^3$ hybridized orbital of T_d-symmetry which we assumed. Third, in our simplified crystal model, we have not consider so far the potential interaction among the orbitals, namely, it is the so-called empty lattice model only putting wave functions on atom sites with no interaction.

To reproduce a better agreement with the behavior of experimental $B(z)$, we have tried to take into account the effect of the charge transfers among the orbitals by changing the weight of contribution of each branch introducing weight parameter into Eq.(20). This is one of effective methods for taking the electronic potential effects which are usually treated by the band structure calculation.

In the present simple model, the contributions to $B(z)$ function from Branch 1, Branch 2 and Branch 3 are equal with common weight of 1/3. The sum of each weight must be 1.0. If there were charge transfer between orbitals, the contributions from each Branch would be changed. The one of weights is getting smaller or larger, the other weights should be affected deviating from 1/3. We try to change the weight of each Branch within 0.0~1.0.

Figure 6 shows the results in the charge transfer model calculation under the different set of weights shown in the upper right part in the Figure. As can be seen from Fig. 6, if the contribution from the electrons in the C-C bond becomes larger, the discrepancies will be corrected.

For the $B(z)$ function along the c-axis, the contribution from the Branch 3 is very large. It suggests that

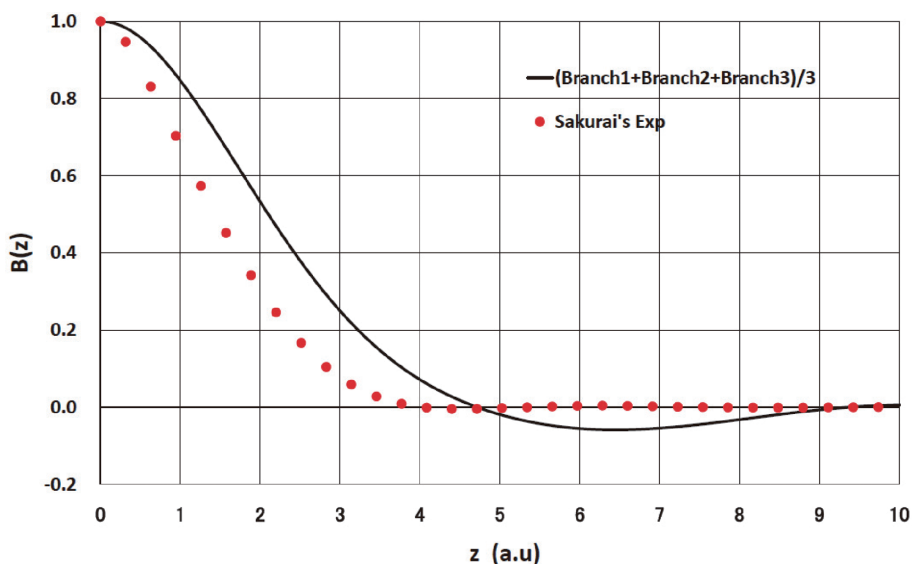



Figure 5　The experimental $B(z)$ curves and the theoretical prediction

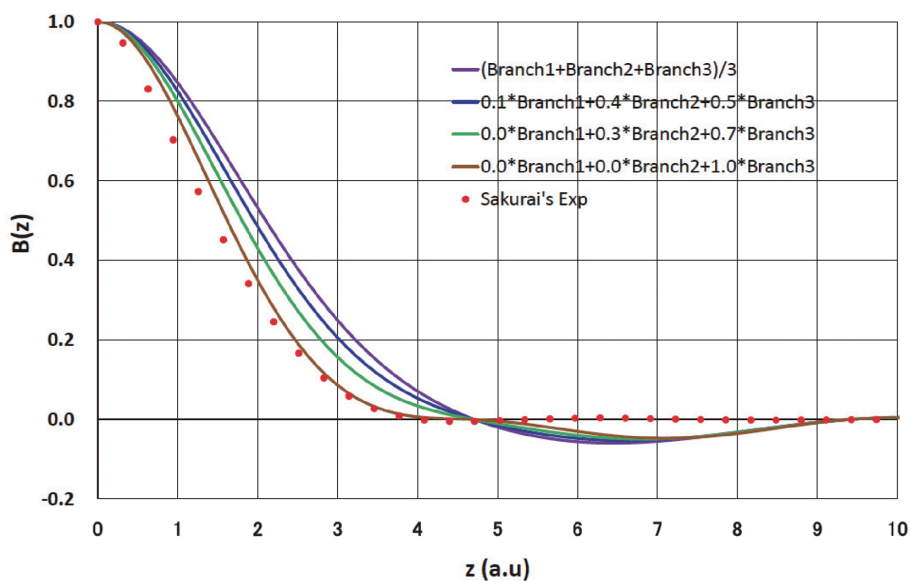



Figure 6　The trial check of potential effect to theoretical $B(z)$ curves by changing the summation weight of each basis function

the charge transfer would happen from Hydrogen 1s orbital of hydrogen atom, and from the Carbon $2s(2p)^3$ hybridized orbitals in C-H bonds to the Carbon $2s(2p)^3$ hybridized orbitals in C-C bonds to constitute the zig-zag chain of PE polymer.　Because the trial amounts of transfer seem to be extremely large, it should be expected to examine more realistic ones.

In our result, the inter-branch autocorrelations among the constituting orbitals in each branch are fully taken into account. However, the intra-branch autocorrelations, which vanish exactly in the case of T_d-symmetry, remain in the real structure (for example, the C-C-C angle is 112.5° being different from 109.47° in the Td symmetry). If we take into consideration the intra-branch autocorrelation terms, the case of full charge transfer might be avoidable.

In order to make the calculation more realistic, it might be necessary to take into account the deviation from the T_d-symmetry assumed for the hybridized Carbon orbitals or the three dimensional structure spread on the a-b axis plane. However, the present result suggests that our model introducing the charge transfer will be expectable for understanding Compton scattering experiment of polymer type material, with no performing a complicated band calculation.

In conclusion, the bulk character of the experimental $B(z)$ function of PE is well understandable by LCAO model based on sp^3 hybridized orbitals. In order to reproduce the details of behavior of experimental $B(z)$ result, we add the potential interaction effect among atoms and approach to more accurate theoretical result reflecting electronic structure of PE polymer. We think that our LCAO-Fourier transformation model is easily extended to the case of three dimensional treatment containing anisotropy in $B(\boldsymbol{r})$, and our model, if it includes a directional structure along the a-b axis, may become approximately equivalent to the 3-dimansional Cluster model.

Acknowledgements

We wish to acknowledge Dr. N. Shiotani for stimulating discussion and suggestions on the features of the experimental Compton scattering data.

References

[1] B. Kramer, P. Krusius, W. Schröder, and W. Schülke, "*Fourier-Transformed Compton Profiles : A Sensitive Probe for the Microstructure of Semiconductors*", Phys. Rev. Letters, 38, 1227-1230, 1977.

[2] F.M. Mueller, "*Anisotropic momentum densities from Compton profiles : Silicon*", Phys. Rev., B15, 3039-3044, 1977.

[3] H. Nara, K. Shindo, and T. Kobayasi, "*Pseudopotential Approach to Anisotropies of Compton-Profiles of Si and Ge*", J. Phys. Soc. Jpn., 46, 77-83, 1979.

[4] T. Kobayasi, "*Linearity in Compton Scattering B(r) Function of Semiconductors to Ionicity in Valence Electronic Bond*", Bull. Coll. Med. Sci. Tohoku Univ., **9**, 211-221, 2000.

[5] S. Ragot, J.M. Gillet, and P.J. Becker, "*Interpreting Compton anisotropy of ice I_h : A cluster partitioning method*", Phys. Rev., B65, 235115, 2002.

[6] E.P. Mazarakiotis, D.L. Anastassopoulos, A.A. Vradis, G.D. Priftis, Ch. Bellin, and G. Loupias, "*A study of electronic structure of polyethylene with Compton scattering experiments*", Physica B, 318, 382-386, 2002.

[7] B. Barbiellini, Ch. Bellin, G. Loupias, T. Buslaps, and A. Shukla, "*How the hydrogen bond in NH_4F is revealed with Compton scattering*", Phys. Rev., B79, 155115, 2009.

[8] R. Caminiti, L. Pandolfi, and P. Ballirano, "*Structure of Polyethylene from X-Ray Powder Diffraction : Infuluence of the Amorphous Fraction on Data Analysis*", J. Macromol. Sci., Phys., B39, 481-492, 2000.

[9] E. Clementi, "*Tables of Atomic Functions*", Suppl. to IBM J. Research and Develop., **9**, 2, 1965.

個体の空間分布と 2 種生物の共存

―― 個体ベース・シミュレーションによる考察 ――

穴　澤　正　宏*・鈴　木　淳　一**

Spatial Distribution of Individuals and Coexistence of 2 Species : an Individual-based Simulation Study

Masahiro ANAZAWA and Jun-ichi SUZUKI

Abstract

This paper investigates how the likelihood of coexistence of two species depends on the spatial distribution of individuals, by developing a simulation model that includes a parameter relating to the degree of spatial aggregation of individuals for each species. The competition types for species 1 and 2 are assumed to be contest and scramble, respectively. The results of the simulation show that the likelihood of coexistence grows as the degree of aggregation for species 2 decreases, and on the contrary as the degree of aggregation for species 1 increases. A discussion is also given of what the observed relation on the likelihood of coexistence results from.

1　はじめに

同じ生息地において限られた資源を必要とする生物は，資源をめぐり互いに競争関係にある。このように競争関係にある複数種の個体群の動態は，古典的にはロトカ・ヴォルテラ競争系により解析できるが，これによると，競争関係にある 2 種の個体群は，種間競争が非常に弱い場合にしか共存できない［1, 2］。一方，自然を観察すると競争関係にある多くの生物種が共存しているように見える。単純なモデルによる解析では生物の共存は起こりにくいのに，実際にいろいろな生物種が共存しているのはなぜなのか。この問題は数理生態学の主要なテーマの一つとして研究が行われてきており，これまで，捕食者の影響，環境変動の影響，空間的な非一様性の影響などいろいろな共存のメカニズムが提案されてきた［1］。

このような種間競争に関する数理的な研究では，それぞれの個体群のサイズ（個体数）を力学変数とし，競争を現象論的に取り扱った数理モデルにより解析することが多い。しかし，それぞれの個体群は生物個体から構成されており，資源をめぐる競争は個体群間ではなく個体間で生じているはずである。このような観点から，個体間の相互作用を元にしたモデル（個体ベースモデル）を構成し，個体群の動態を研究する手法がある［3］。近年，1 種のみの個体群動態については，ある種の個体ベースモデルと現象論的な個体群モデルの対応関係が解析的に理解できるようになるなど，この手法による研究は大きく進展している［4-9］。しかし，複数種の個体群間の競争，すなわち種間競争については，個体ベースモデルによる研究はまだ充分に行われているとはいえない。

このような背景から，本論文では，個体ベースモデルに基づくシミュレーションにより，2 種の個体群間の種間競争について調べるものである。特に，2 種共存の起こりやすさが，2 種の生物個体の空間的な分布の違いにより，どのように変化するかを明らかにすることを目的とする。シミュレーションの結果は 3 節で示すが，2 種の生物個体の空間分布の集中度により，共存のしやすさが大きく変わることが結論できる。

2011 年 10 月 19 日受理
*　環境情報工学科　准教授
**　環境情報工学科　学部生

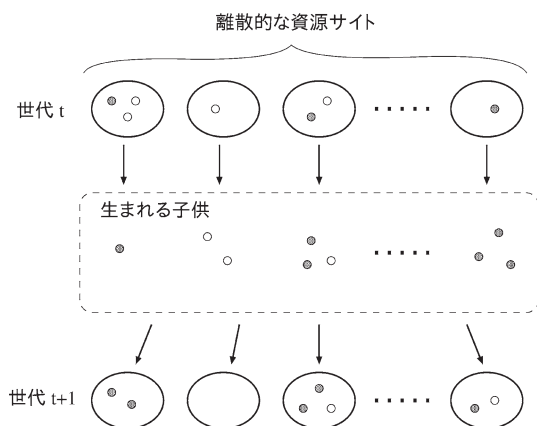



図１　モデルの概念図（生息地と１世代の流れ）

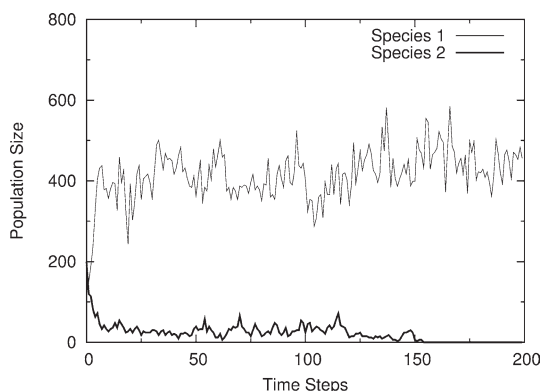
図２　２種の個体群サイズの時間推移の例

2　シミュレーションモデル

2.1　モデルの概略

本研究では，個体ベースモデルとして，Site-based framework［4-9］によるモデルを仮定する。このモデルは,生息地が多数の離散的な資源サイト（またはパッチ）から構成されていることが特徴であり，一世代の流れは以下のようになる（図１参照）。まず，ある世代tにおいて，個体群サイズがそれぞれ$X_1(t), X_2(t)$である２種の個体群の個体が,離散的な資源サイト（個数をnとする）に散らばって生息しているとする。各個体は一度サイトに入ると,サイト間の移動は行わず,サイト内の資源をめぐり同じサイト内の他の個体と競争する。個体が繁殖するためには，ある一定量の資源を得る必要があり，その資源を得られた個体のみが繁殖する。親個体は１世代で死ぬが，各サイトから生まれた子供の個体は，一度生まれたサイトを出て，生息するサイトをランダムに選択し再びサイトに入る。これらの個体が次世代の個体群となる。また，サイト内の資源は，１世代ごとに更新され新しくなるものとする。以上のような１世代の過程を何世代にもわたり繰り返すことにより，２種の個体群サイズの時間推移を調べることができる（図２参照）。十分に長い時間ステップ（世代数）を設定し，そのステップ経過した後の状態により，２種が共存できているかどうかを判定する。

2.2　個体の空間分布

各時間ステップの最初に，ある確率分布に従い，$X_1(t), X_2(t)$の２種の個体をn個のサイトにランダムに振り分ける。以下では，この確率分布と個体の振り分け方について説明する。一般に生物個体は，空間的に一様にランダムに分布するのではなく，しばしば空間的に非一様な集中分布をなす。本研究では，種１，種２の個体の分布の集中度と共存のしやすさの関係について調べるため，種１と種２の集中度をパラメータにより自由に変えられる分布を考える必要がある。このため，以下のような手続きで２種の個体$X_1(t), X_2(t)$をサイトに振り分ける。まず，各サイトにそのサイトへのアクセスのしやすさを表す「アクセス度」を導入する。アクセス度は種により異なるとし，種iの個体に対するアクセス度をρ_iで表す。後で示す理由により，ρ_iの分布は次のような分布密度で与えられる平均１のガンマ分布とする：

$$f_{\lambda_i}(\rho_i) = \frac{\lambda_i^{\lambda_i}}{\Gamma(\lambda_i)}\rho_i^{\lambda_i - 1}e^{-\lambda_i \rho_i}, \qquad (1)$$

ここで，λ_iは正のパラメータであり，ρ_iの分散は$1/\lambda_i$で与えられる。図３に示したように，λ_iの値が小さいほどサイト間でのアクセス度ρ_iのばらつきが大きくなる。(1) 式の分布に従う各サイトのアクセス度は，具体的には逆関数法を使って次のように決定することができる：

$$\rho_1 = g_{\lambda_1}^{-1}(z) \qquad (2)$$

$$\rho_2 = g_{\lambda_2}^{-1}(z) \qquad (3)$$

ここで，$g_{\lambda_i}^{-1}(z)$はガンマ分布の累積分布関数$g_{\lambda_i}(\rho_i) = \int_0^{\rho_i} d\rho f_{\lambda_i}(\rho)$の逆関数，$z$は$[0, 1)$の一様乱

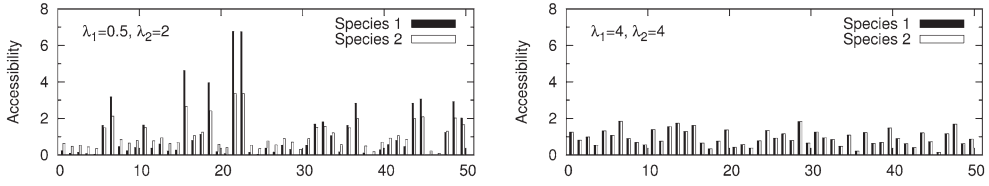



図3　2種の個体に対する各サイトへのアクセス度の分布例。横軸はサイトの通し番号（この例では50サイトある）を示す。左側の図では，種1に対するアクセス度のばらつきが大きく，結果として，種1の個体数分布の集中度は大きくなる。右側の図では，$\lambda_1 = \lambda_2$ なので，各サイトの種1と種2に対するアクセス度は同じ値をとっている。また，アクセス度のばらつきは小さいので，結果として，個体数分布の集中度は小さくなる。

数である。ρ_1 と ρ_2 の間には正の相関があるはずなので，(2), (3) 式において，同じサイトのアクセス度の計算には同じ z の値を用いる。次に，上のように決定した各サイトへのアクセス度に応じて個体をサイトに振り分ける。この際，種 i に対するアクセス度が ρ_i である任意のサイトに任意の種 i の個体が割り振られる確率は ρ_i に比例すると仮定する。以上の手続きにより，2種の個体は各サイトに振り分けられる。このような振り分け方を行うと，n が充分大きいときには，1つのサイトに含まれる種 i の個体数が j である確率 $p_j^{(i)}$ は，次の負の二項分布になっている（付録参照）：

$$p_j^{(i)} = \frac{\Gamma(j+\lambda_i)}{\Gamma(\lambda_i)\Gamma(j+1)} \left(\frac{X_i}{\lambda_i n}\right)^j \left(1 - \frac{X_i}{\lambda_i n}\right)^{-j-\lambda_i}, \tag{4}$$

一般に，負の二項分布は生態学において集中分布をなす個体数分布を記述するのによく使われ，$1/\lambda_i$ が分布の集中度に対応している。したがって，上の手続きでサイトに割りふられた種1と種2の個体数は，n が充分大きいときは，それぞれ，集中度が $1/\lambda_1$, $1/\lambda_2$ の負の二項分布に従っていることになる。アクセス度の分布密度を（1）式のガンマ分布と仮定したのは，個体数分布を負の二項分布にするためである。なお，$\lambda_i \to \infty$ の極限，すなわち，集中度が0の極限では，(4) 式は次のポアソン分布に一致する：

$$p_j^{(i)} = \frac{1}{j!}\left(\frac{X_i}{n}\right)^j e^{-X_i/n}. \tag{5}$$

一般に，ポアソン分布は個体が空間的に一様にランダムに分布する状況を記述している。

2.3　資源をめぐる競争と繁殖

サイトに割り振られた2種の個体は，各サイトの中で資源をめぐり競争する。ここで，各サイトの持つ資源量 R は，次の確率分布密度をもつ平均 μ のガンマ分布に従っていると仮定する：

$$p(R) = \frac{1}{\Gamma(k)}\left(\frac{k}{\mu}\right)^k R^{k-1} e^{-kR/\mu}, \tag{6}$$

ここで，k は正のパラメータであり，R の分散は μ^2/k で与えられる。また，種 i の個体が繁殖するためには，資源量 s_i を取得する必要があると仮定する。競争の結果，資源量 s_i を得られた個体は繁殖し，得られなかった個体は繁殖しないと仮定する。

一般に，資源をめぐる同種個体間の競争には，スクランブル型とコンテスト型の2つのタイプが知られている [10, 11]。スクランブル型の同種個体間では資源は平等に分配される。一方，コンテスト型の同種個体では，一部の競争に強い個体が資源を独占する。ここでは，より具体的に [8, 9] に従い，コンテスト型の同種個体間では競争に強い個体から繁殖に必要な資源量 s_i を順に確保していくものと仮定する。このような資源分配法のもとでは，スクランブル型の場合，サイトに含まれる資源量が少なければ，全個体が繁殖できない可能性がある。一方コンテスト型では，競争に強い個体は繁殖できる可能性が高いが，競争に弱い個体は繁殖できる可能性は低い。本研究では，種1の個体がコンテスト型，種2の個体がスクランブル型である場合の競争について考察する。

2種の個体を含むサイト内での資源の分配は次のように仮定する（図4参照）。いま，種1，種2の個体をそれぞれ j_1, j_2 個体含み，資源量が R であるサイトを考える。コンテスト型の個体はスクランブル型の個体より攻撃的であると考えられるので，まず，コンテスト型の個体が競争に強い順に繁殖に必要な資源量 s_1 を確保していこうとする。この間，スクランブル型の

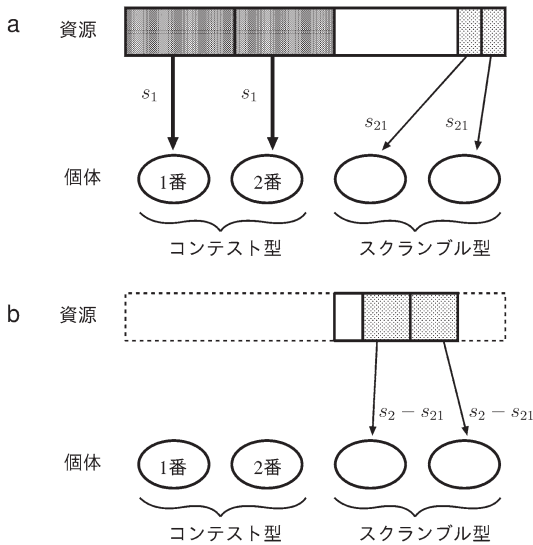



図 4 コンテスト型とスクランブル型の個体を含むサイト内で仮定される資源の分配の方法。まず，コンテスト型の個体が競争に強い順に繁殖に必要な資源 s_1 を確保し (a)，その後で，まだ資源が残っていれば，スクランブル型の個体が，繁殖に必要な残りの資源 s_2-s_{21} を平等に取得しようとする (b)。

個体は資源量 s_{21} ($<s_2$) を等しく消費するとする。すべてのコンテスト型の個体が s_1 を確保した後，資源がまだ残っていれば，スクランブル型の個体は繁殖に必要な資源量 s_2 を得るための残りの資源量 s_2-s_{21} を平等に取得しようとする。以上のような資源分配法のもとでは，ある個体が繁殖に必要な資源量 s_i を得られるかどうかは，サイトに含まれる資源量 R に依存する。サイト内で競争の強さが m 番目であるコンテスト型の個体が繁殖できるためには

$$s_1 m + s_{21} j_2 \leq R \qquad (7)$$

の条件が成り立つ必要がある。一方，スクランブル型の個体は，サイト内のすべてのスクランブル型の個体がともに繁殖できるか, できないかのどちらかであり，次の条件が成り立つ場合に繁殖できる：

$$s_1 j_1 + s_2 j_2 \leq R. \qquad (8)$$

以上のルールにより，各サイトで繁殖できる種 1 と種 2 の個体数が定まる。また，繁殖できることになった 1 個体から産まれる子供の数は，平均 b_i のポアソン分布に従うものと仮定する。すなわち，1 個体から生まれる子供の数が m である確率 $q_m^{(i)}$ は次で与えられる：

$$q_m^{(i)} = \frac{1}{m!} b_i^m e^{-b_i}. \qquad (9)$$

2.4 シミュレーションの流れ

以上をまとめると，シミュレーションの中の 1 世代の処理の流れは，次のようになる。

1. (2), (3) 式に従い，各サイトにアクセス度 ρ_1, ρ_2 を設定する。
2. 個体数がそれぞれ $X_1(t), X_2(t)$ の種 1，種 2 の個体を，アクセス度に応じてサイトに振り分ける。この結果，各サイトに含まれる種 1，種 2 の個体数 j_1, j_2 が定まる。
3. (6) 式により，各サイトに資源量 R を設定する。
4. それぞれの種に対し，(7), (8) 式の条件から，各サイトで繁殖できる個体の数を求める
5. それぞれの種に対し，(9) 式により，繁殖の結果，各サイトから産まれる子供の数，及び全サイトにわたるその合計値を求める。この合計値が次世代の個体群サイズ $X_1(t+1), X_2(t+2)$ となる。

3 シミュレーションとその結果

3.1 シミュレーションの概要

2 種の個体の空間分布の集中度は λ_1, λ_2 の値により変化する。いろいろな (λ_1, λ_2) の値の組み合わせにより，2 種の共存のしやすさはどのように変化するかを調べるために，次のようにいろいろな条件でシミュレーションを行った。シミュレーションを行うパラメータの組み合わせとして，(λ_1, λ_2) については，λ_1=0.5, 1, 2, 4, λ_2= 0.5, 1, 2, 4 の合計 4×4=16 組の (λ_1, λ_2) を考え，これらの各組に対して，b_1, b_2 はどちらも 1.5 から 10.0 の間を 0.5 間隔で 18 点を調べた（図 5 参照)。各パラメータ ($\lambda_1, \lambda_2, b_1, b_2$) の組に対し，2,000 世代(ステップ)までのシミュレーションを 40 回行い，2,000 世代まで 2 種が共存していたシミュレーションの回数の割合を求めた。その他のシミュレーションの条件は，n=100, μ=1, k=3, s_1=s_2=0.3, s_{21}=0.1 とし，初期状態はすべて X_1=X_2=100（サイト数）とした。なお，シミュレーションは Java 言語によるプログラ

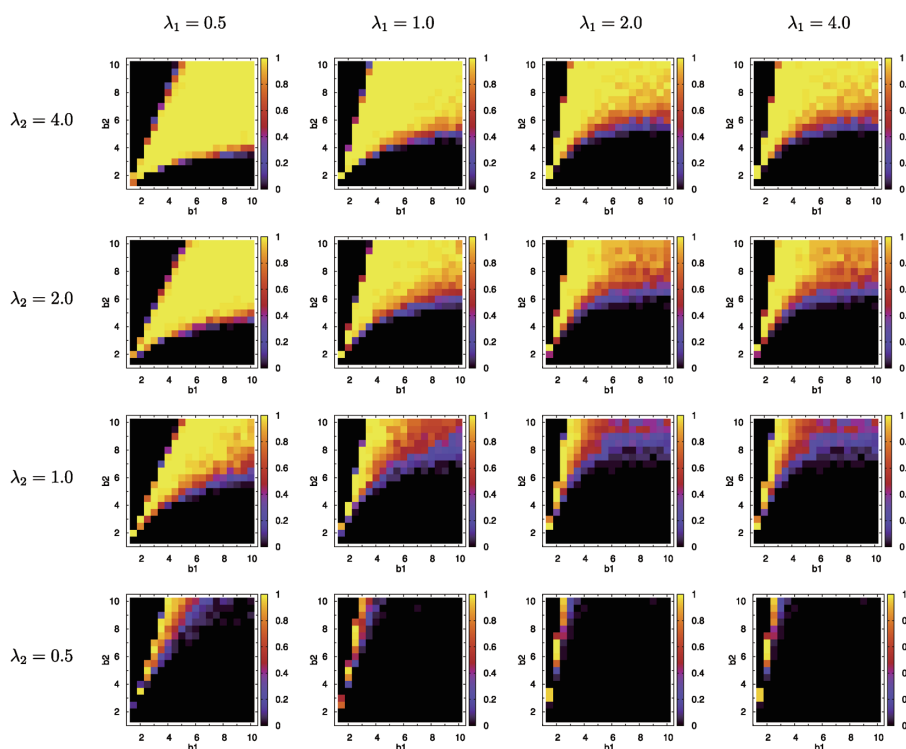



図5　各パラメータの組み合わせに対して40回のシミュレーションを行い，そのうち2,000世代（ステップ）まで2種が共存していたシミュレーション回数の割合を色で示している。右側のパネルほどλ_1の値が大きくなり，上側のパネルほどλ_2の値が大きくなるように各パネルを配置している。

ムを作成して実施した。

3.2　シミュレーションの結果と考察

図5は，2,000ステップまで2種が共存していた割合を，いろいろなパラメータの場合にまとめたものである。これを見ると，λ_2の値が大きくなり，種2の集中度が小さくなるほど，2種共存が起こりやすくなっていることがわかる。また，逆に，λ_1の値が小さくなり，種1の集中度が大きいほど，2種共存が起こりやすくなっている。図6は，上の共存割合をいろいろな（b_1, b_2）の場合にわたり平均したものを示しており，上に述べたような2種共存の起こりやすさとλ_1, λ_2の関係がはっきりと読み取れる。

このように，λ_1とλ_2に関して逆の傾向が現れたが，これは2種の競争タイプの違いと関係があると考えられる。このモデルでは，種1がコンテスト型，種2がスクランブル型と仮定したので，種1の個体の方が種2の個体より競争に有利である。したがって，2種が

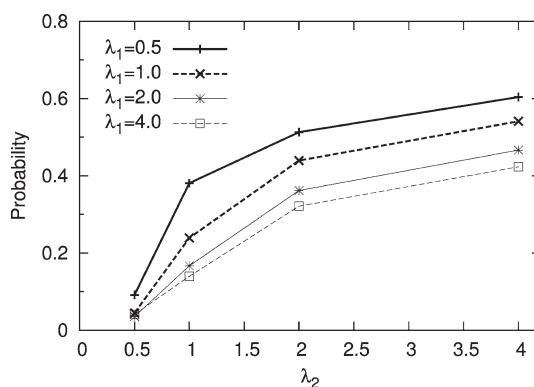



図6　（λ_1, λ_2）の値を固定し様々な（b_1, b_2）の値で行ったシミュレーションの中で2種が共存していた割合。

共存できるかどうかは，競争に不利な種2の個体が，種1の個体の影響をどれくらい受けずに済むかできまる。図7は同じサイトに含まれる種1の個体数j_1と

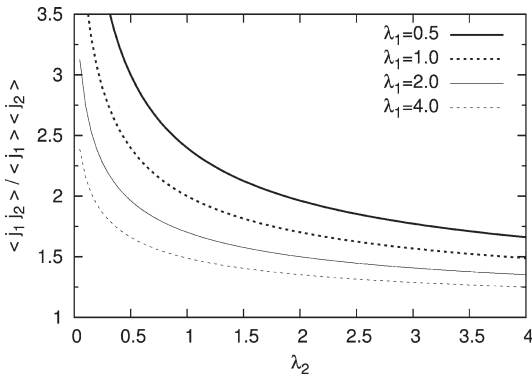



図7 同じサイトに含まれる2種の個体数j_1, j_2の間の相関（理論値）。

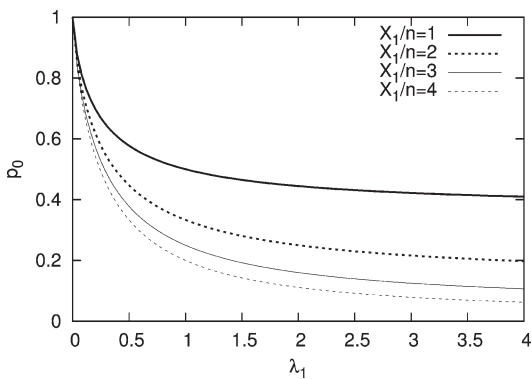



図8 全サイトのうち種1の個体をまったく含まないサイトの割合（理論値）。

種2の個体数j_2の相関$\langle j_1, j_2\rangle/\langle j_1\rangle\langle j_2\rangle$を理論的に求め，グラフを描いたものである（ここで，〈・〉は全てのサイトに渡る平均を表す）。λ_2が大きいほどj_1とj_2の相関が小さくなるので，λ_2が大きいほど種2の個体は種1の個体の影響を受けにくくなり共存しやすくなると考えられる。しかし，λ_1が大きくなっても相関は小さくなってしまうので，図6にあるように，λ_1が小さいほど共存が起こりやすいという結果の方は，相関からは説明ができない。一方，図8はすべてのサイトのうち種1の個体がまったく含まれていないサイトの割合を理論的に求めて描いたものである。これから，λ_1が小さい種1の個体数分布の集中度は大きくなり，種1の個体をまったく含まないサイトの割合が大きくなることがわかる。つまり，λ_1が大きいほど，種2の個体が種1の個体の影響をまったく受けずに済むサイトが多くなることになる。これが，図6において，λ_1が小さいほど2種共存が起こりやすくなっていることの原因だと思われる。

4 まとめ

本研究では，2種の個体群間の競争において，2種の個体の空間分布のあり方の違いにより，2種の共存のしやすさがどのように変わるかを明らかにするために，2種の個体の空間分布の集中度をパラメータとして含む個体ベースモデルを構成しシミュレーションを行った。競争のタイプは種1がコンテスト型，種2がスクランブル型の場合を調べたが，シミュレーションの結果，種2の集中度が小さいほど，逆に，種1の集中度が大きいほど，2種共存が起こりやすいことが明らかとなった。また，このような集中度と2種共存の起こりやすさの関係がどうして生じるのかについて考察を加え，同じサイト内の2種の個体数の相関等に注目することでシミュレーションの結果を理解できることがわかった。

付録負の二項分布の導出

各個体はサイトのアクセス度ρ_iに比例する確率でサイトにランダムに振り分けられる。アクセス度がρ_iである任意のサイトを調べたとき，含まれる種iの個体の数がjである確率を$p(j/\rho_i)$とすると，これはX_i/nを固定した$n\to\infty$の極限では，次のような平均$\rho_i X_i/n$のポアソン分布で与えられる（これは，よく知られているランダムな分布とポアソン分布の関係により明らか）：

$$p(j|\rho_i) = \frac{1}{j!}\left(\frac{\rho_i X_i}{n}\right)^j e^{-\rho_i X_i/n}. \qquad \text{(A.1)}$$

上の式を（1）式のρ_iの分布密度$f\lambda_i$（ρ_i）と組み合わせると，

$$p_j^{(i)} = \int_0^\infty d\rho_i f_{\lambda_i}(\rho_i) p(j|\rho_i) \qquad \text{(A.2)}$$

となる。この積分を実行すれば，負の二項分布（4）式が得られる。

参　考　文　献

［１］ 嶋田正和，山村則男，粕谷英一，伊藤嘉昭．動物生態学新版．海游舎，東京，2005.
［２］ 瀬野裕美．数理生物学：個体群動態の数理モデリング入門．共立出版，東京，2007.
［３］ V. Grimm and S.F. Railsback. *Individual-based modelling and ecology*. Princeton University Press, Princeton, 2005.
［４］ D.J.T. Sumpter and D.S. Broomhead. Relating individual behaviour to population dynamics. *Proc. R. Soc. B*, Vol. 268, pp. 925-932, 2001.
［５］ A. Johansson and D.J.T. Sumpter. From local interactions to population dynamics in sitebased models of ecology. *Theor. Popul. Biol.*, Vol. 64, pp. 497-517, 2003.
［６］ Å. Brännström and D.J.T. Sumpter. The role of competition and clustering in population dynamics. *Proc. R. Soc. London B*, Vol. 272, pp. 2065-2072, 2005.
［７］ Å. Brännström and D.J.T. Sumpter. Coupled map lattice approximations for spatially explicit individual-based models of ecology. *Bull. Math. Biol.*, Vol. 67, pp. 663-682, 2005.
［８］ M. Anazawa. Bottom-up derivation of discrete-time population models with the Allee effect. *Theor. Popul. Biol.*, Vol. 75, pp. 56-67, 2009.
［９］ M. Anazawa. The mechanistic basis of discrete-time population models : The role of resource partitioning and spatial aggregation. *Theor. Popul. Biol.*, Vol. 77, pp. 213-218, 2010.
［10］ A.J. Nicholson. An outline of the dynamics of animal populations. *Aust. J. Zool.*, Vol. 2, pp. 9-65, 1954.
［11］ M.P. Hassell. Density-dependence in singlespecies populations. *J. Anim. Ecol.*, Vol. 44, pp. 283-295, 1975.

Embedded Automatic Speech Recognition for Network Use

Nobuo HATAOKA*

Abstract

Automatic speech recognition (ASR) is a key technology in the prospective "ubiquitous computing and ambient intelligence" era. This paper begins by surveying processing devices such as microprocessors and memories, and reduced-instruction-set-computing-based microprocessors and semi-conductor memories are summarized. The wireless communication infrastructure relating to ASR is then considered, and mobile communications and wireless local area networks are described. Finally, the implementation is reported of free continuous speech recognition software, Julius, embedded in a T-engine mobile environment that contains an SH-4A microprocessor.

Categories and Subject Descriptors

I2.7 [**Natural Language Processing**] : Speech Recognition and Synthesis ; H5.2 [**User Interfaces**] : Evaluation/Methodology, Natural Language, Voice I/O ; H1.2 [**User/Machine Systems**] : Human Information Processing.

General Terms

Experimentation, Human Factors, Languages, Theory.

Keywords

Ubiquitous computing, ambient intelligence, automatic speech recognition (ASR), continuous speech recognition (CSR), Julius : free CSR software, embedded Julius, T-engine, *SuperH* microprocessor

1. INTRODUCTION

The termed "ubiquitous computing" was coined by Mark Weiser [1], who proposed the concept of information processing being done "anytime, anywhere, and by anybody". However, the philosophy has now been expanded to "this time, this place, and this person". Recently, a further concept "ambient intelligence" was announced by Philips' research and development (R&D) division [2]. Both of these concepts require the same type of information technology (IT) environment, with small devices, fast communication networks, radio-frequency identification, and sophisticated human interfaces and terminals.

To realize ubiquitous computing and ambient intelligence, media processing technologies including automatic speech recognition (ASR) are necessary to provide sophisticated human interfaces.

Regarding ASR, continuous speech recognition (CSR) software has been available on personal computers (PCs) that have large computing resources, specifically computing power and memory. Our goal is to develop embedded CSR software that can run using low computing power and memory to extend ASR to mobile environments. We envision mobile application environments such as car navigation systems and cellular telephones, where an embedded speech recognizer [3] runs by connecting to remote servers via wireless communication networks.

Received Oct. 21, 2011

* Professor, Department of Electronics and Intelligent Systems

This paper presents a survey of processing devices, such as microprocessors and memories, and on communication infrastructure, especially wireless communication infrastructure. These technologies are key factors in making ubiquitous computing and ambient intelligence possible. Finally, we report on embedded CSR software that we have named “Embedded Julius”.

2. FOR UBIQUITOUS COMPUTING AND AMBIENT INTELLIGENCE

2.1 System Image for Networks and Terminals

As ITs expand into mobile environments in order to provide ubiquitous communication, intelligent interfaces are a fundamental key element in enabling mobile access to networked information. For such mobile information access, human-machine interfaces (HMIs) where communication is by speech might be considered essential, because speech interfaces are more effective for small and portable devices. Mobile terminals, for example, cellular telephones, smart phones, and tablets are already connected to networks, such as the Internet, such that they can access information on web servers. In particular, “car telematics” refers to a new service where mobile terminals are used to connect to information servers via communication networks.

Hardware devices such as central processing units (CPUs) and various types of memory are used as speech processing environments. Speech media processing, including speech recognition and speech synthesis, runs in such environments, and employs communication infrastructure to connect to application servers. Figure 1 shows a system image consisting of a terminal/client, the Internet, and a center/server. The processing devices are hardware such as PCs, microprocessors, and memories. The communication infrastructure includes wired and wireless environments.

2.2 Hardware Needs for Media Processing

Figure 2 summarizes the hardware needs for mobile terminals such as smart phones and tablets. For multi-language speech translation, a CPU able to process greater than 2 giga-instruction per second (GIPS) and a memory size greater than 100 MB will be needed.

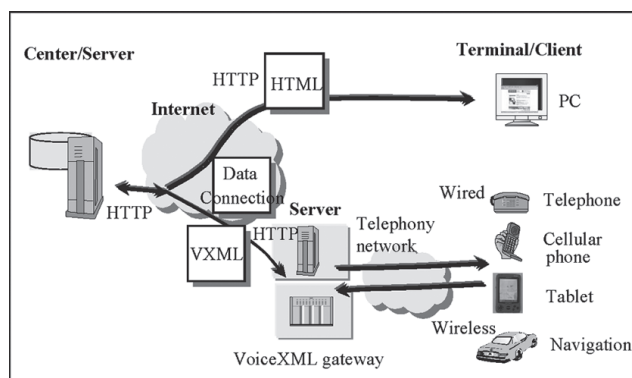



Figure 1 System Image
(HTTP : hypertext transfer protocol ; HTML : hypertext markup language ; VXML : voice extensible markup language)

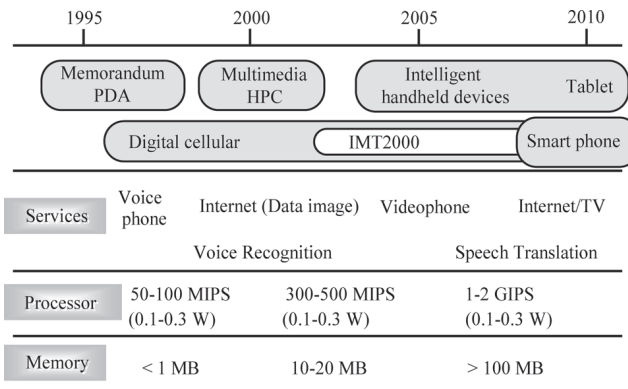



Figure 2 Hardware Needs for HPC/PDA Applications
(PDA : Personal digital assistant, HPC : Hand-held PC)

	Application		CPU power (MIPS)	Memory (MByte)	peripherals	cost/price (JPY:k¥)
	Vocabulary	example				
1	Word/Small *1	・Speech dialing ・Car navigation	～200	50	Chip, Middleware	1～5
2	Word/Middle	・Public terminal (ticket, ATM etc.)	400	～100		
3	Sentence/ Middle	・Electronic secretary (scheduling etc.)	800MIPS	～300	PC (+Audio)	50～500
4	Sentence/ Large	・Dictation ・Speech translation	1000MIPS～	500～	CSS (Client & Server)	500～

Chip Middleware
DSP application
General-purposed microprocessor
DSP: Digital Signal Processor

PC + software
Application
Graphics | Tel I/F | ASR | TTS | Audio I/F
Multimedia OS
Multimedia Hardware

CSS
Server: PC+ Board＋software
ASR Server
AD,DA
Client
TEL
TEL

Figure 3 Implementations of ASR
(ATM : automated teller machine ; Tel : Telephone, I/F : interface ; TTS : text-to-speech ; OS : operating system ; AD : analog to digital ; DA : digital to analog)

2.3 Implementations of ASR

Figure 3 shows different implementations of ASR according to speech applications. Depending on the processing power and cost, there are three types of implementations. The first type is a chip and middleware implementation on microprocessors, the second type is a PC and software implementation, and the third type is a client and server system (CSS) implementation. To summarize Fig. 3, a single microprocessor currently has around 500 MIPS CPU power and 50 MB memory, and these hardware environments enable the implementation of continuous speech recognition software on a microprocessor.

3. DEVICE ENVIRONMENT

3.1 Microprocessing Unit (MPU)

Owing to improvements in microprocessor performance, various media processing technologies such as

Moving Picture Experts Group (MPEG) coder-decoder and speech processing can be realized by software implementation. This technical trend is dependent not only on the technological advancement of devices but also of algorithms and development tool environments.

Figure 4 shows the trend of microprocessor products after the release of Intel 4004, the first complete CPU on a single chip, and we focusing on microprocessors used for digital consumer products.

Figure 5 shows a road map of the microprocessor, in particular the *SuperH* series. *SuperH* microprocessors are products of Renesas Technology Corp. and Hitachi Ltd. Three types of *SuperH* microprocessors are available dependent on the application. The first type (e.g., SH-2) is for mobile communication using a control MPU. The second is the SH-3 series that are characterized by low power MPUs, which are for HPC/cellular telephone application. The third type is the SH-4 series for multimedia applications that require a

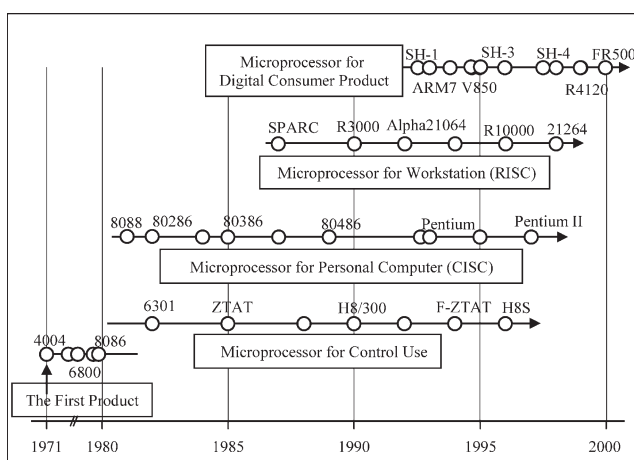



Figure 4 Microprocessor Product Trend
(CISC : complex instruction set computing)

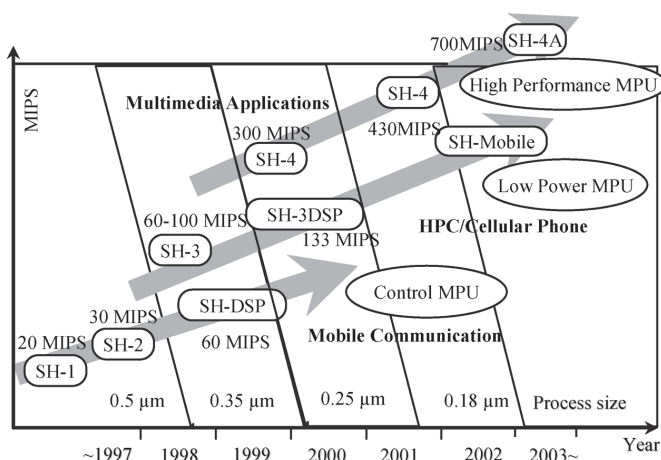



Figure 5 Road Map of Microprocessors (*SuperH* Series)

high performance MPU.

3.2 Memory

Two memories types are next surveyed : semiconductor memories, such as dynamic random access memory (DRAM) and flash memory, and hard disc drives (HDD). Recently, DRAMs have increased to over 8 GB due to process improvements making their physical size less than 100 nm (0.1 μm). For terminals, flash memory is expected to be widely utilized from now on.

Typically, car navigation systems currently have 2.5-in. (about 6.35 cm), 2-3 GB HDDs, whereas smaller size HDDs of around 1 in. (about 2.54 cm) with 4 GB of memory has recently become available for music players/terminals.

3.3 Device-related Operating Systems

T-engine [4] is now available as a hardware platform for network consumer terminals in the ubiquitous information era. T-engine operates using the TRON operating system (OS). μiTron is widely used in car navigation terminals owing to its real time processing ability.

4. COMMUNICATION INFRASTRUCTURE

4.1 Wireless Communication Infrastructure

In the wireless communications area, the competition among various R&D divisions is vigorous and carriers' activities have become aggressive.

(1) Mobile Wireless

Figure 6 shows the trend in cellular telephones from the 1st to the 3rd generation standard. The 3rd generation standards fulfill the specifications of the International Mobile Telecommunications 2000 recommendations/guidelines developed by the International Telecommunication Union (ITU). The ITU recom-

	1st Generation	2nd Generation	2.5th Generation	3rd Generation
Analog or Digital	Analog	Digital	High quality digital	Fast and BB digital
Appli-cations			Speech/data communications enhanced	Moving image
Feature		PDC (Japan) GSM (Europe and USA)		W-CDMA NTTDoCoMo 384 kbps
				CDMA2000 1x KDDI 144 kbps

Figure 6 Cellular (Mobile/Portable) Telephone Trends
(BB : broadband ; PDC : personal digital cellular ; GSM : global system for mobile communications ; W-CDMA : wideband code division multiple access)

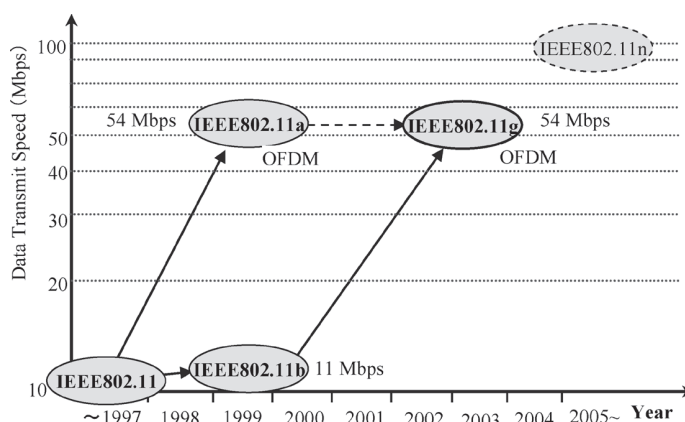



Figure 7 Wireless Communication Technologies

mends international roaming and the realization of 2 Mbps communication speed/throughput.

The data throughput of 2nd generation devices (with PDC, etc.) is 9.6 kbps upload and 9.6 kbps or 27.8 kbps download, and the throughput of 3rd generation devices with W-CDMA is 64 kbps upload and greater than 200 kbps download.

(2) High-Speed Wireless LAN

Figure 7 shows the relation among the Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) standards 802.11a, 11b, and 11g. The standards 802.11b (maximum 11 Mbps) and 11g (maximum 54 Mbps) both use the 2.4 GHz communication band and 802.11a (maximum 54 Mbps) uses the 5 GHz band. Recently, products supporting 11g have become more generally available.

The 11a and 11g standards use orthogonal frequency division multiplexing (ODFM) as a modulation and coding method. OFDM technologies show a high level of quality for single cell environments, such as surface-wave digital broadcasting and wireless local area networks. The development of multi-carrier code division multiple access systems is enabling OFDM to also be used in multi-cell and multi-user environments. Technical problems of OFDM include high power consumption and multi-path error effects.

4.2 Speech Processing Relating to Wireless Communications

Distributed speech recognition developed by the Aurora project of the European Telecommunications Standards Institute has been proposed for speech processing technologies in 3rd generation communication infrastructures. For DSR, speech analysis is performed in terminals and the speech parameters are relayed to centers (decoders) in order to recognize the speech input.

5. EMBEDDED VERSION OF JULIUS

5.1 Free/Open CSR Software : JULIUS

Julius is a free and open CSR software that has been developed by Japanese universities and is made available via the Internet [5]. Julius can recognize a large vocabulary of over 20,000 words and is run on PCs that have vast computing resources.

5.2 T-Engine with *SuperH* Microprocessor

T-engine is a developmental hardware platform that has network security architecture and runs using the common iTRON OS. The T-engine motherboard consists of CPU, LCD, and debugging PCBs. Figure 8 presents a photograph of the T-engine (MS7751RC01) PCB (Printed Circuit Board) and Table 1 lists its specifications. We also added a Hitachi SH-4 *SuperH* microprocessor to the T-engine, which has 240 MHz/430 MIPS of CPU power.

The SH-4 is a reduced-instruction-set-computing processor that has 32 bit floating point calculation and cache access commands. SH-4's work memory is 64 MB, but only 55 MB can be used for embedded software. To implement the Julius software on the T-Engine, a hardware modification was performed to achieve a 16 kHz sampling frequency and analog noise reduction.

5.3 Embedded Julius

We developed an embedded version Julius, called "Embedded Julius". Table 2 shows the specifications of the version of Embedded Julius implemented on the T-Engine. To verify that real-time processing had been realized, two specifications were tested. We found that real-time processing ability could be obtained for a vocabulary of up to 10,000 words [6].

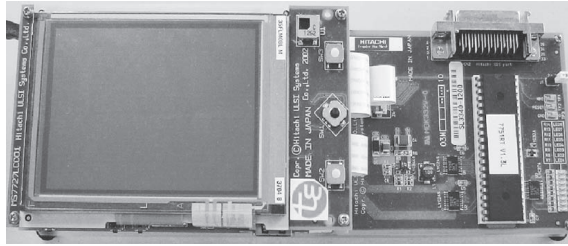



Figure 8. T-engine PCB (Printed Circuit Board)

Table 1 T-engine Specifications

CPU	*SuperH* SH-4 (240 MHz/430 MIPS)
Flash Memory	8 MB
Work Memory	64 MB
OS	T-Kernel
Input/Output I/F	Universal Serial Bus (Host), PCMCIA Card, Serial, Headphone Output, Microphone Input, Liquid Crystal Display (LCD) I/F, Extended bus I/F, etc.
LCD PCB	Thin Film Transistor Color Monitor 240 × 320 Pixels
Size	120 mm × 75 mm

Table 2 Embedded Julius Specifications

	Specification 1	Specification 2
Vocabulary Size	5,000	10,000
Acoustic Models (Polynomial Texture Mapping)	Monophone	Triphone
Language Models	Bigram	
Trigram	Unchanged	
Beam Width	400	Unchanged
Word accuracy	86.05%	90.65%

6. SUMMARY

This paper has surveyed processing devices and communication infrastructure, and has reported the implementation of Embedded Julius to provide sophisticated HMIs.

7. ACKNOWLEDGMENTS

This research work was funded by the “Development of Fundamental Speech Recognition Technology” project of the Japanese Ministry of Economy, Trade and Industry (METI). The author thanks Dr. Hiroaki Kokubo of Central Research Laboratory, Hitachi Ltd. for his support to pursue this research.

REFERENCES

[1] Mark Weiser HP : http://www.ubiq.com/ubicomp/
[2] Philips : http://www.research.philips.com/technologies/
[3] N. Hataoka, et al. Proc. of IEEE ICASSP1998, pp. II837-II840, 1998.
[4] T-Engine : http://www.t-engine.org/index.html
[5] Julius HP : http://julius.sourceforge.jp/en/julius.html/
[6] H. Kokubo, N. Hataoka, et al., “*Real-Time Continuous Speech Recognition System on SH-4A Micro-processor*,” Proc. of MMSP2007, Crete, Oct., 2007

藻類生産有機物の凝集促進効果について

柏　崎　圭　太*・斎　藤　孝　市**・高　荒　智　子***・今　野　　弘****

Coagulation-promoting Effect of Algal Born Organic Substance

Keita KASHIWAZAKI, Kouichi SAITO, Tomoko TAKAARA and Hiroshi KONNO

Abstract

Residue of culture medium（residue medium）, which is separated with algae of CT culture medium after cultivation of blue-green algae for one year under the room temperature and daily daylight condition, tartaric acid and glucose as the organic model materials are used for coagulation experiment.

As a result, 1）Organic matter such as tartaric acid retard the coagulation on the no neutralization effect of surface charge（zeta potential）even if the coagulant（aluminum sulfate）injecting, 2）Gulcose has no effect for the coagulation ability, 3）Function of residue medium is to decrease the absolute value of zeta potential about 10mV in the presence of clay particles to highten the removal rate of sedimentation by charge neutralization, and also to promote the coagulation by bridging action effect such as polymer.

1. はじめに

貯水池や湖沼などの止水域を水源とする浄水場では，富栄養化等により藻類が大量発生した場合，異臭やろ過閉塞の原因となる。また，藻類から生産される藻類由来有機物質AOM（Algogenic Organic Matter）が凝集剤成分と錯体を形成し，凝集阻害の原因となることは従来からよく知られている[1)~9)]。

一方で，水中の微生物は粘質性成分を代謝することで生物体のフロックを生成することや，懸濁性粒子の凝集沈澱性を向上させること，さらに粘土粒子のジャーテストでわずかではあるが沈澱除去率が高くなるという現象[10)] などが報告されているのも事実である。

本研究室では富栄養化した水源を有する浄水場の凝集阻害やろ過閉塞などの主に各種障害に関する研究を継続してきたが，培地を用いて藻類を培養し，その藻類や培養過程で得られる藻類の代謝物を用いた研究の過程で，藻類をろ過によって分離した培地と藻類の代謝産物が凝集を通常よりは大きく促進させるという現象を見出した[11)]。

前回の報告では藻類の培養に用いた培養液自体に凝集促進作用はないことを確認した[12)] ので，代謝産物を含む培地残渣が，凝集を促進する効果があることで，藻類が生産する代謝産物の一部には凝集剤的な役割を果たす物質の存在が示唆された。

本報告では，藻類が生産する代謝産物の凝集への影響を明らかにする目的で，アルミニウム系凝集剤の凝集性を荷電中和能力の観点から評価を行った。

2. 実験条件および方法

表1に実験条件を示した。原水としてはpHを中性付近（7.0），アルカリ度を30 mg/Lに調整し，濁質にはカオリンを用いた。藻類の代謝産物は，藻類培養に用いたCT培地を用いて藍藻類の*Mirocystis* spを1年間の室温と明暗状態で培養した後，1.0 μmのポアサイズのメンブレンろ紙を用いて培地をろ過したものを培地残渣として用いるとともに，モデル有機物として

2011年10月21日受理
* 大学院土木工学専攻博士課程　前期2年
** 都市マネジメント学科　助手
*** 福島工業高等専門学校　助教
**** 都市マネジメント学科　教授

表1　実験条件

pH		7.0	
アルカリ度（mg/L）		30.0	
濁質	種類	カオリン	
	濁度（mg/L）	10	
凝集剤	種類	Alum	
	AL 注入濃度（mg/L）	0～8	
有機物（TOC）	酒石酸（mg/L）	0.5	10
	培地残渣（mg/L）	10	50
	グルコース（mg/L）	10	50
	なし（mg/L）	0	

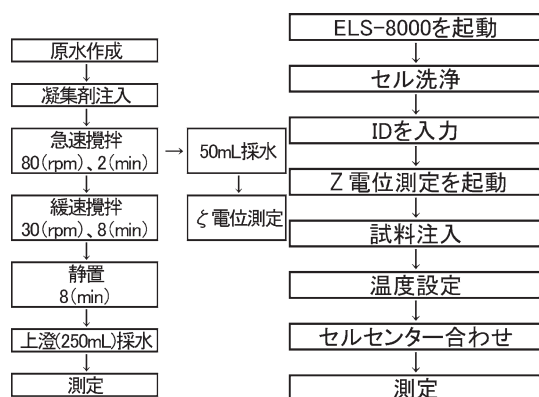



図1　ジャーテストの手順　　図2　ゼータ電位の測定手順

酒石酸および藻類から生産された藻類由来有機物質AOMの成分の一つであるといわれている単糖類のグルコース（$C_6H_{12}O_6$）[13] をそれぞれ用いた。凝集処理性を比較検討するため有機物濃度を二種類設定した。有機物指標としては，全有機性炭素濃度（TOC）を用いた。凝集剤は硫酸アルミニウム（Alum）を用い，凝集沈澱はジャーテストにより判定した。図1にジャーテストの実験手順を示した。ジャーテストでは500 mLのトールビーカを使用した。原水は500 mLであり，所定時間静置後上澄水をサイフォン方式で250 mL採水し，そのpH,濁度を測定した。図2にゼータ電位の測定手順を示した。懸濁粒子のゼータ電位は，ゼータメーター（ELS-8000）により測定した。ゼータ電位の測定のためには図1に示したように，急速攪拌後（終了15 s前）50 mL採水し，それをマグネチックスターラで攪拌（450 rpm）した。これはフロック形成が起こらないようにするためである。ゼータメータは，セルの洗浄，セルセンター合わせなどを行った

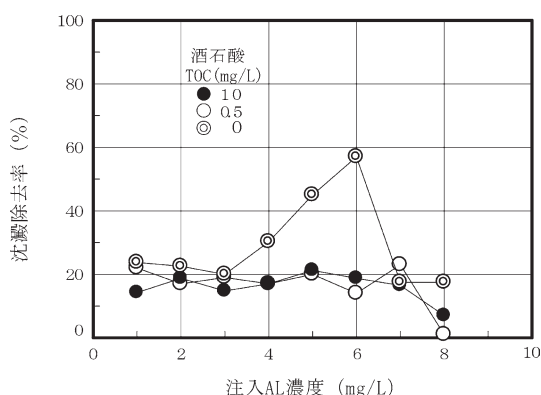



図3　沈澱除去率の変化
（酒石酸を共存させた場合）

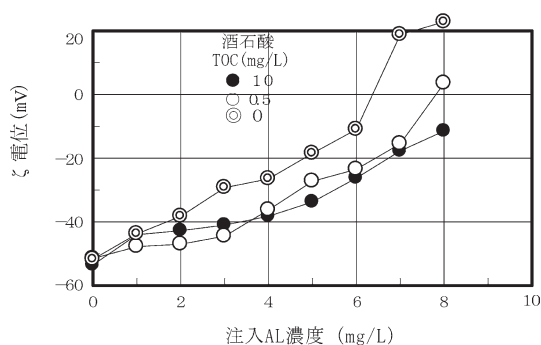



図4　ゼータ電位の変化
（酒石酸を共存させた場合）

後に電気泳動速度を測定し，その結果からゼータ電位が計算できる。

3.　実験結果および考察

3.1　酒石酸を共存させた原水

図3,図4に,酒石酸共存時の沈澱除去率およびゼータ電位の変化状況を示した。有機物の存在しない原水（有機物無し）では，ゼータ電位は，−50 mVであり，凝集剤の注入に伴って，ゼータ電位の絶対値は小さくなり，それにより沈澱除去率も向上するという一般的な凝集剤の効果が明確である。それに対して，酒石酸を共存させた場合には，ゼータ電位の変化をみると，その絶対値は10～20 mV程度大きいままで，荷電中和は進まないため，沈澱除去率も20% 程度と低いま

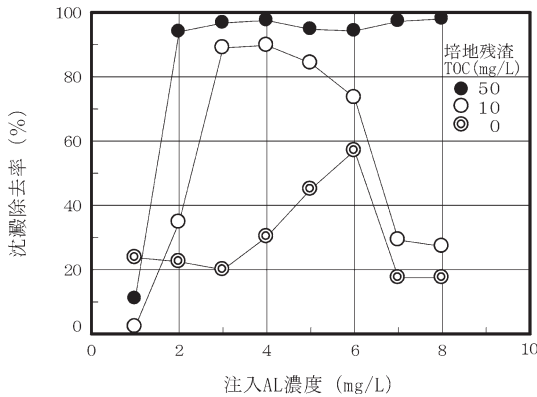



図5　沈澱除去率の変化
（培地残渣を共存させた場合）

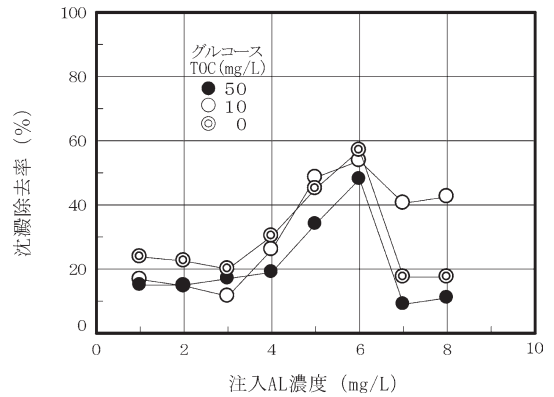



図7　沈澱除去率の変化
（グルコースを共存させた場合）

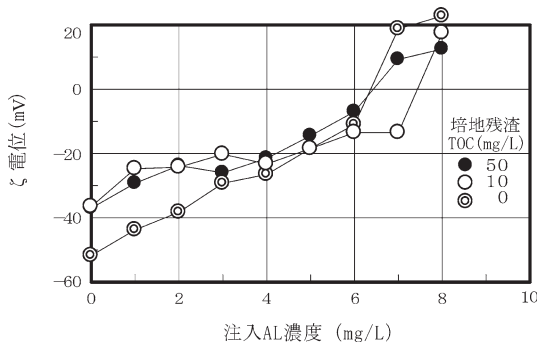



図6　ゼータ電位の変化
（培地残渣を共存させた場合）

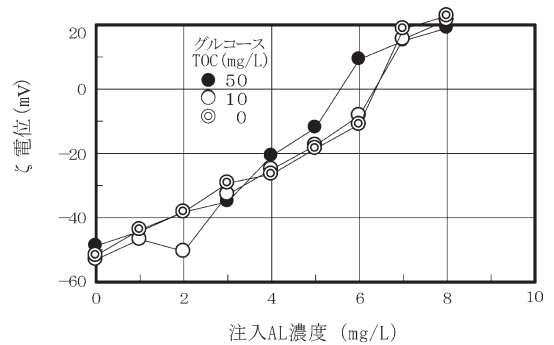



図8　ゼータ電位の変化
（グルコースを共存させた場合）

まとなっている。有機物無しの条件では最適注入AL濃度が6 mg/L程度であったが，酒石酸の共存下では8 mg/Lに至っても等電点に達していない。

3.2　培地残渣を共存させた場合

図5, 図6に培地残渣共存時の沈澱除去率およびゼータ電位の変化状況を示した。図には有機物無しの条件の結果も示している。両者を比較するとゼータ電位の絶対値の低下が著しく，凝集剤を注入しない原水の状態ですでに10 mV以上の低下となっている。わずかの凝集剤の注入でさらに10～20 mVの低下となり，沈澱除去率は急激に高くなる。沈澱除去率から評価すると有機物無しでは最適注入AL濃度の6 mg/Lで60%付近であるが，培地残渣の共存下ではわずか2.0 mg/Lの注入で90%付近まで達している。電位値から判断すると，荷電中和による凝集の他に高分子などの架橋作用による凝集改善のような現象もみえる。ゼータ電位の変化状況から考えても培地残渣の凝集促進作用とみることができる。

3.3　グルコースを共存させた場合

図7, 図8にグルコース共存時の沈澱除去率およびゼータ電位の変化状況を示した。藻類生産有機物の一種として知られている単糖類のグルコースと予想しての原水条件である。

有機物無しの場合の沈澱除去率およびゼータ電位の変動を評価すると，グルコースを共存させた場合には，凝集剤の注入前，注入後において有機物無しの原水条件の場合とほとんど同等の荷電中和および凝集沈澱状況となり，ゼータ電位の変動においても凝集に影響を

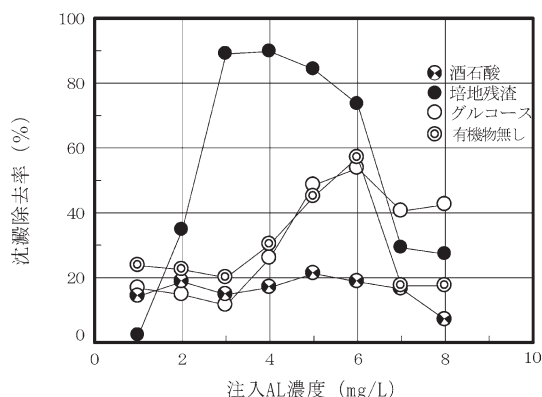



図9　沈澱除去率の変化
（各有機物の TOC 10 mg/L の場合の比較）

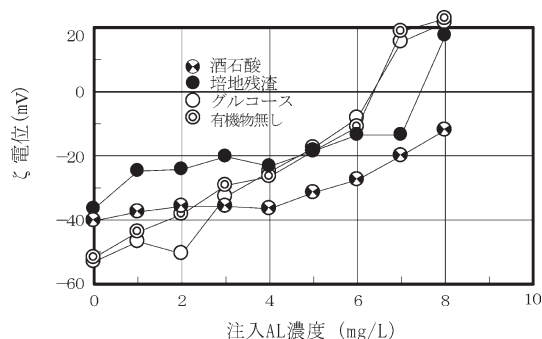



図10　ゼータ電位の変化
（各有機物のTOC 10 mg/Lの場合の比較）

与える物質ではないといえる。

3.4　各有機物の同一 TOC 濃度共存時の比較

図9，図10にTOC：10 mg/Lの場合の各有機物の共存時の沈澱除去率およびゼータ電位の変化状況を比較して示した。前項までの実験結果および考察で明らかなようにグルコースは有機物無しの条件とゼータ電位，沈澱除去率で同等であり，酒石酸はゼータ電位の絶対値を増加させ，沈澱除去率を低下させる凝集阻害を起こし，培地残渣はゼータ電位の荷電中和能力を向上させて高い沈澱除去率を示すことになる。

4.　お わ り に

藍藻類を主体とする藻類を，一年間の室温と明暗状態で培養したCT培地をろ過して藻類を分離した培養液残渣（培地残渣）と，比較対照のモデル有機物として酒石酸およびグルコースを用いた粘土粒子の凝集沈澱実験の結果，

1）酒石酸のような有機物は，凝集剤（硫酸アルミニウム）を添加してもゼータ電位の荷電中和は進まず凝集を阻害すること，
2）グルコースは，凝集の阻害性あるいは促進性のいずれにも影響を与える有機物ではないこと，
3）培地残渣は，その存在で粘土粒子のゼータ電位を絶対値で10 mV程度低下させる他に，凝集剤注入で荷電中和を促進させて沈澱除去率を大きく改善すること，また荷電中和の他に，高分子の架橋作用などのような現象もみられ，藻類が生産する代謝産物は，荷電中和や架橋作用による凝集促進作用を有すること

などが明らかになった。

藻類の代謝産物の特定は新たな凝集補助剤の開発に繋がる可能性があり，更なる研究が待たれる。

参 考 文 献

1）Bernhardt, H., Hoyer, O., Liise, B., Schell, H.　Investigation of algal born organic substances and their effect on water treatment, Proceedings of the Japanese German Workshop on Weste Water and Sludge Treatment, pp. 583～637, 1982
2）Bernhardt, H., Hoyer, O., Schell, H., Liise, B.　Reaction mechanisms involved in influence of algogenic organic matter on flocculation : Z Wasser-Abwasser-Forsch, 18 : pp. 18～30, 1985
3）Bernhardt, H., Hoyer, O., Liise, B., Schell, H.　Investigations on the influence of algal-derived organic substances on flocculation and filtration, in Treatment of Drinking Water for Organic Contaminants, Huck, P.H., Hoyer, Toft, P.（ed）, Pergason Press : pp. 185～216, 1986
4）Bernhardt, H., Schell, H., Hoyer, O., Liise, B.　Infulence of Algogenic Oganic Substances on Flocculation and Filtration, WISA : pp. 41～57, 1991
5）Takaara, T., Sano, D., Konno, H., Omura, T.　Affinity Isolation of Algal Organic Matters Able to Form Complex with Aluminium Coagulant, Proc. of IWA International Conference, Morrocco. 2004

6） 国包章一，真柄泰基：藻類及び藻類起因有機物によ凝集阻害とその pH による影響，水質汚濁学会講演会集，21, pp. 51～52, 1987
7） 秋葉道宏，後藤光亀，佐藤敦久：*Chlorella* sp の細胞内外有機物質の凝集阻害に関する基礎研究，水道協会雑誌，60(2), pp. 2～10, 1991
8） 菅原　繁，黒川眞弓，眞柄泰基：*Microcystis spp*, コロニーから得られた有機物質が凝集沈澱に与える影響，水道協会雑誌，64(5), pp. 2～11, 1995
9） 眞柄泰基，国包章一，相澤貴子：4 藻類の生産する有機物質の凝集阻害に関する基礎的研究，水道協会雑誌，55(4), pp. 33～39, 1986
10） 菅原　繁，黒川眞弓，眞柄泰基：*Microcystis spp*, 群体から得られた有機物質が凝集沈澱処理に与える影響，水道協会雑誌，64(5), pp. 2～11, 1995
11） 斎藤孝市，今野　弘，高荒智子：水中の藻類が生産する成分の凝集現象への影響，東北工業大学紀要 I：理工学編，第 31 号，pp. 35～42, 2011
12） 柏崎圭太，今野　弘，斎藤孝市，工藤茂幸：藻類生産有機物の荷電中和能力と凝集沈澱の促進効果，第 62 回全国水道研究発表会講演集，pp. 226～227, 2011
13） 篠原　梓，今井章雄，小松一弘，松重一夫，奈良郁子：HPLC 法を用いた糖類の高感度分析法への応用と湖水及び藻類由来溶存有機物の糖類組成，水環境学会誌，31, 8, pp. 447～454, 2008

浄水場原水の pH 変動と浄水中の残留アルミニウムへの影響

江　刺　寛　之*・斎　藤　孝　市**・北　田　利　行***・今　野　　弘****

Influence to Residual Aluminum in Treated Water by Changing pH of Raw Water

Hiroyuki ESASHI, Kouichi SAITO, Toshiyuki KITADA and Hiroshi KONNO

Abstract

The relation between the changing of pH of raw water and turbidity,the removal rate of sedimentation and the influence to residual aluminium in treated water by pH changing of raw water are studied by the references for water treatment plant and experiment for coagulation-sedimentation.

Cleared points are as follows ;

1) The pH of raw water is changed by photosynthesis in case average turbidity of raw water is less than 20 degree/h,
2) The range of changing pH is around 0.2 to 0.8 in F water treatment plant,
3) The removal rate of sedimentation goes down in case turbidity <5 degree and pH>7 of raw water,
4) In case of changing pH to alkali side,the coagulant dosage have to be adjusted correspond to the change of pH for protection of decreasing the removal rate and going up the residual aluminum.

1. 序　　論

S 市の F 浄水場は，N ダムの放流水と M ダム貯留水を混合して原水としている。取水比率は N ダムの放流水は約 8 割，M ダム貯留水は約 2 割である。N ダムの放流水は，河川を約 15 km 流下した後に取水されているので，河川水と貯水池の双方の水質的特徴を併せ持っていると考えることができる。

F 浄水場は，浄水能力が 60,600 m^3/d であり，1983 年に完成しており，地理的には，屋根のない浄水場における冬季の氷結が懸念される北限に近い地域の浄水場である。F 浄水場は，着水井後の堰越流部の渦動攪拌による凝集剤等の混和および上下迂流式のフロック形成など，自然エネルギーを活かした浄水手法を採用している。

2011 年 10 月 21 日受理
* 大学院土木工学専攻博士課程　前期 2 年
** 都市マネジメント学科　助手
*** ワセダ技研（株）　技術部長
**** 都市マネジメント学科　教授

ただ F 浄水場は，水質基準を下回るものの浄水中のアルミニウム濃度が，S 市の他の浄水場と比較して若干高いためにその要因を調査検討してきた[1),2),3)]。

当初想定した要因は，① 自然エネルギーを活用しているための凝集不良，② 冬季における水温低下や低濁度による凝集不全，③ 水源水質の特徴に起因する凝集不良，などということを考えて検討をしてきた。①② については，設計上の手法や寒冷地であることを考えたことによる要因であるが，調査の結果，フロック形成池の前に凝集板を設置することで薬品の混合が促進され，凝集沈澱能力が改善するということなどが明らかにはなったものの，アルミニウムの残留濃度が高いということの要因とは成り得ないこと[4)]，上下迂流式フロック形成池は，他のフロック形成池のスタイルと同様に，低い原水濁度が凝集沈澱効率に影響することはあるが，水温の低い冬季にその機能が低下したり，残留アルミニウムが懸念されることはないこと[4)] などということがわかり，少なくとも浄水中のアルミ

ニウム濃度の残留性には①②の要因は関係しないと結論づけた。

もう一つの要因と考えた原水水質については，F浄水場が二つの異なる水源を有していること，M貯水池水は，有機物濃度が比較的高い点などに注目するとともに，Nダムの放流水が河川流下中にpHの変動が大きい[5]ということに着目して検討している。

本研究はその中で，Nダム放流水の河川水の日中の大きなpH変動に特に着目して，検討した結果をまとめたものである。検討は大きく二つに分けて，(1) 調査：F浄水場の混合原水の大半を占めているNダム放流河川水のpH変動や原水濁度との関連性，原水pHと凝集剤注入濃度や沈澱除去率の関係，(2) 実験：pHの変動に伴う凝集剤注入濃度の変化とそれによる凝集沈澱除去率や残留アルミニウムへの影響　について考察する。

2.　調査および実験方法

2.1　調査方法

調査対象は，F浄水場の原水である河川水とMダムである。それらの地理的状況を図1に示した。F浄水場（図の地点F）は，図1のI地点で河川水を取水している。この河川水は図1のNダムから放流されたNダム貯留水をN川により約15 km流下してI地点に達した後に取水されている。また流域を異にするMダムの貯留水は，貯水池から直接取水されて，F浄水場まで管水路で導水され，浄水場の着水井で二つの原水が混合されている。

S市水道局は，原水水質を分析し，F浄水場を運転管理している。本研究のため2007〜2009年度の原水水質および浄水場の運転管理データ[5]の提供を受けた。

それらのデータから，(1) F浄水場の混合原水の大半を占めているNダム放流河川水のpH変動状況と原水水質との関係，(2) F浄水場の凝集沈澱処理性と原水水質との関係，について検討する。

2.2　実験方法

実験は，原水pHの変動に伴う凝集剤注入濃度の変化とそれによる凝集沈澱除去率や残留アルミニウムへの影響を明らかにするために実施した。そのため何種類かの原水をF浄水場から提供を受けてジャーテストを実施した後，原水pHを +0.2, +0.4, +0.6と高くして同じくジャーテストを実施した。pH調整はNaOHを使用した。凝集剤はポリ塩化アルミニウム(PAC)であり，その凝集剤もF浄水場から譲り受けた。

原水の測定項目として，水温，濁度，pH，アルカリ度，ジャーテスト後には溶解性のアルミニウム（AL）濃度も測定した。濁度は積分球式濁度計，ALはアルミノン法によりそれぞれ測定した。実験手順は500 mLのビーカーに原水を採水し，凝集剤を注入後，ジャーテスターにより急速攪拌（80 rpm, 2 min），緩速攪拌（30 rpm, 8 min）をして所定時間（10 min）静置した後，上澄水250 mLをサイフォン方式で採水した。採水後，孔径にして0.45 μmのメンブランろ紙で吸引ろ過したろ水中のアルミニウムを溶解性の残留アルミニウム（以下残留AL）濃度とした。なお，提供を受けた原水の水質は表1に示している。水温は実験時の水温である。濁度はすべて1.0度以下と低濁度であるが，これは提供期間中の降雨量が少ないためである。

図1　研究対象地域地図

表1　原水性状

原水No.	①	②	③	④
採水日	11月25日	12月2日	12月7日	12月17日
pH	7.34	7.38	7.40	7.22
濁度（度）	0.677	0.624	0.800	0.656
アルカリ度（mg/L）	24.8	28	25.2	24.6
水温（℃）	20.3	18.7	18.9	18.2

3. 調査および実験の結果ならびに考察

3.1 調査結果および考察

3.1.1 水源河川水の濁度が原水の pH 変動に与える影響

図 2 は，N ダムからの放流水で N 川を約 15 km 流下した河川水の一日における pH と濁度の変動を模式的に示したものである。河川水は取水された地点から浄水場まで約 2 km を管水路で導水され，F 浄水場の着水井に至る。pH と濁度は，この着水井における値である。

図 2 を概観すると，河川水の pH は，明け方ごろまではほぼ一定値を示すが，その後時刻の推移とともに次第に上昇し，正午過ぎにピーク値に達し，その後は夕方や夜半にかけて次第に低下して，夜中には明け方の pH に戻るという一日の変化を示している。濁度は，時刻とは無関係に変動し，降雨や河川水の流動状況により変化すると考えられるが，図 2 には，一例として昼に一時的に濁度が上昇するというパターンを例示している。

図 2 に見られるような変化パターンを，定量的な解析のために以下のような指標を考えた。

1） Ts, pHs : 一日で pH が上昇を開始する時刻を Ts とし，その時刻における pH を pHs とする
2） Tp, pHp : 一日で pH がピーク値に達した時刻を Tp とし，その時刻における pH を pHp とする
3） ⊿pH : 一日における pH のピーク値（pHp）と上昇を開始する時刻における pH（pHs）の差で，いわゆる pH の上昇幅を示し，⊿pH =pHp−pHs で計算する
4） Dav : Ts から Tp までの濁度の平均値で，Tp における濁度 Dp と Ts における濁度 Ds の差（Dp−Ds）をその時間（Tp−Ts）で割り，Dav=（Dp−Ds）/（Tp−Ts）で得られる pH 上昇時間内の平均濁度を示す

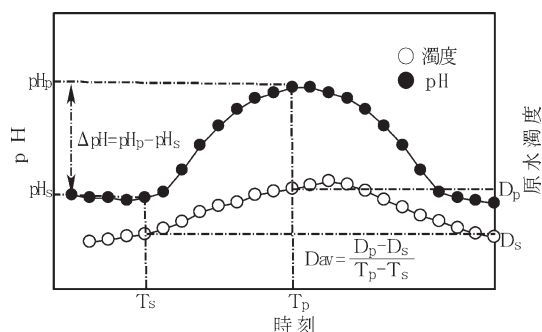



図 2　原水濁度および pH の経日変化模式図

これらの指標の Dav と ⊿pH の一ヶ月間の経日変化を 2008 年 4 月の場合を一例として図 3 に示した。

図 3 によると，平均濁度 Dav は 10 度 /h 以下の場合が多いが，中旬に 30 度 /h を超える高い日があり，その後下旬にかけて 10 度 /h 前後で推移している。これは当然ながら降雨による影響と考えることができ，降雨があった場合には降雨強度に応じてこのような変化をたどると考えて良い。一方，pH の上昇幅 ⊿pH は，ほとんどが 0.2〜0.5 程度であるが，0.1 を下回る場合も見られる。⊿pH が低くなるのは平均濁度 Dav が高い場合に一致しているように考えられる。そこで，pH の変化幅 ⊿pH と平均濁度 Dav の関係について検討する。

図 4 は，一日の pH 変化幅 ⊿pH とそのときの平均濁度 Dav との関係を Dav>10 度 /h の場合について，2007〜2009 年度のデータを表したものである

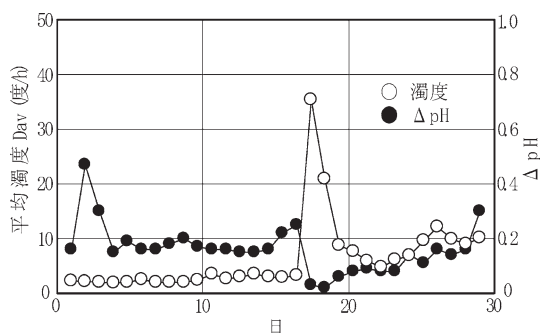



図 3　Dav と ⊿pH の経日変化（2008 年度）

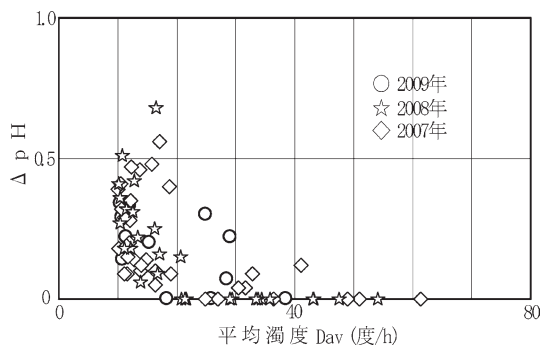



図 4　Dav と ⊿pH の関係

(Dav<10度/hの場合の⊿pHのデータは省いてある)。

図4によると，調査対象の3カ年で3個のデータを除いて，Dav>20度/hでは，⊿pHがほとんど0.1以下であり，Dav<20度/hの場合には⊿pHが0.1以上となることが多いと考えられる。pHの上昇が，貯水池内で増殖した植物プランクトンが河川流下中の炭酸同化作用による水中の炭酸分の消費に起因する現象と考えると，河川水の濁度が高い場合には，日照が不足し，光合成作用が低下することでpHが上昇しなくなると考えられる。図4の結果は，濁度の影響のしきい値は，平均濁度Davが20度/h程度であることを示している。

図5, 6にそれぞれ平均濁度DavとpHの上昇幅⊿pHの経日変化の一例として2008年度の場合を示したものである。図5をみると，光合成の活性に影響を与える平均濁度Davのしきい値20度/h以上の日は，年間に数日程度であることがわかる。したがってその数日を除くと貯水池放流水の河川水のpHは，変化することがい多いといえる。

図6によると，pHの上昇幅⊿pHの値は，年間を通して0から0.8程度であり，確かに平均濁度Davが20度/hの日には0.1を下回ることもあるが，0.2以上の日が多くを占めているということがわかる。

また光合成の活性には水温の影響もありそうであるが，図6からは，pHの上昇幅⊿pHには年間を通して目立つ特徴は無く，季節的な影響は大きくないように考えられる。なお，調査対象期間の他年度も同様の傾向を示していた。

図5　Davの経日変化（2008年度）

図6　⊿pHの経日変化（2008年度）

3.1.2　原水のpH変動と凝集沈澱処理性の関係

原水の濁度やpHの経日的な変化に対応して，浄水場では最適な浄水のために運転管理している。F浄水場を例にあげるまでもなく，日本における浄水場は圧倒的多くが急速ろ過システムで運転されている。したがって最適な浄水のためには，浄水場内でジャーテストを実施して凝集剤の最適注入濃度を決定してから，凝集沈澱および急速ろ過で浄水している。

本項では，本研究における二つ目の調査ポイントとして「原水pHと凝集剤注入濃度や沈澱除去率の関係」について考察する。

図7, 8は，F浄水場の原水濁度およびpH（それぞれ混合原水の日平均値）の2008年度の経日変化である。

図7より原水濁度は，年間を通してほとんど5度未満（年間平均濁度：4.91度）であり，4, 6月は降雨の影響とみられるが，梅雨期は濁度は上がりにくく，8, 9月に台風の影響と思われる年間で一番濁度が高い時期がある。11月以降は大きな降雨も少ないため原水濁度は比較的低めである。図8によると原水pHの変化は，4～8月に7.5～6.9まで徐々に下降し，9月に7.4～7.5に上昇して11月からその程度（平均7.44）で安定する。ダム湖の影響の大きい河川水の比率が高い原水なので，貯水池の成層期やダムからの放流時期に関係している変化現象と考えられる。

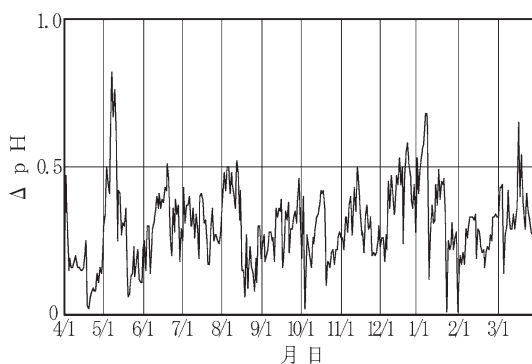



図9は，原水の濁度とF浄水場の凝集剤（ポリ塩化アルミニウム；以後PAC）注入濃度の関係を示したものである。

図9から原水濁度が高くなると当然PAC注入濃度は高くなり，図7で示されるように原水濁度の多くが5度未満であるのでPAC注入濃度はほとんど40 mg/L以下であるが，濁度≧5度では，PAC注入濃度が高くなる。

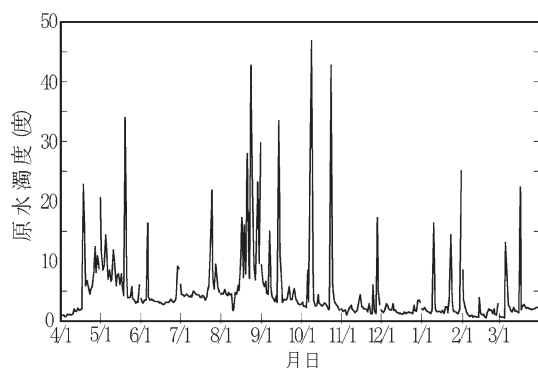



図 7　原水濁度の経日変化（2008 年度）

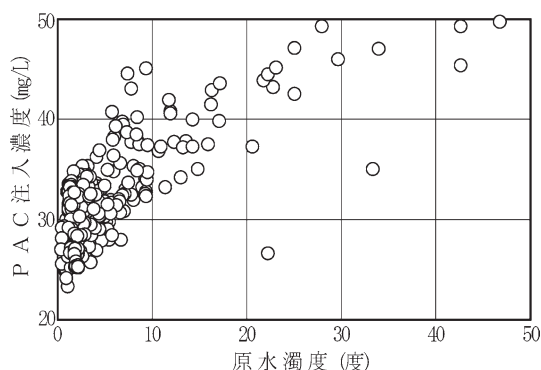



図 9　原水濁度と PAC 注入濃度の関係

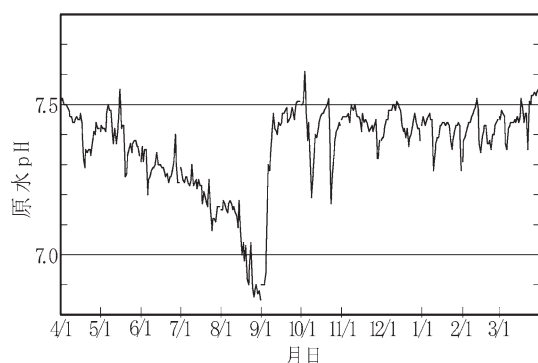



図 8　原水 pH の経日変化（2008 年度）

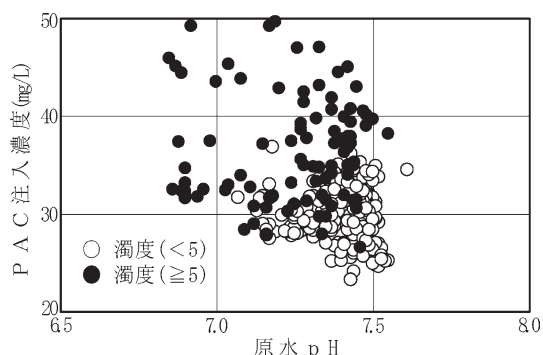



図 10　原水 pH と PAC 注入濃度の関係

図 10 は，原水 pH と PAC 注入濃度の関係を示したもので，原水濁度 5 度未満を低濁度（○），5 度以上を高濁度（●）と分けて示している。まず低濁度（<5 度）の場合は，pH が 7.0～7.6 の場合において，PAC 注入濃度が 25～35 mg/L 程度であり，pH の高低による注入濃度の違いは明確ではない。高濁度（≧5 度）の場合には，より高濃度の PAC 注入があるが，pH との関連性については原水濁度ほど明らかな傾向は見られない。また同一 pH の場合には，低濁度の原水濁度の方が，相対的に PAC 注入濃度が低いという傾向が見られるが，これは原水濁度の影響が pH の影響に勝るということを示している。

図 11 に原水濁度と沈澱除去率の関係を示した。図 11 から，沈澱除去率は原水濁度の大きな影響を受けることがわかる。すなわち高濁度（≧5 度）では，沈澱除去率が 95% を下回ることはないが，低濁度（<5 度）になると沈澱除去率は低下する。最も原水濁度が低いために，処理水質上特に問題になることはないと考えられる。

図 12 に原水 pH による沈澱除去率の違いを示した。これからも高濁度（≧5 度）の沈澱除去率が高いのがわかるが，低濁度（<5 度）時でも pH が高いアルカリ側では沈澱除去率が低い場合が多いといえる。

図 13 に，PAC 注入濃度と沈澱除去率の関係を示した。pH を 3 領域，濁度を 2 領域に区分して比較した。これによると高い沈澱除去率は，低 pH 域（pH<7.0），高濁度（≧5 度）で得られ，低濁度（<5 度）で高い pH（≧7.0）では沈澱除去率が低くなることがわかる。

以上のことから沈澱除去率は，pH より原水濁度の影響を強く受けるものの，原水濁度 <5 度，pH≧7 の場合ほど低下することになり，pH の影響については，アルカリ側の pH 領域の場合には，凝集沈澱性がより低下することが明らかになった。

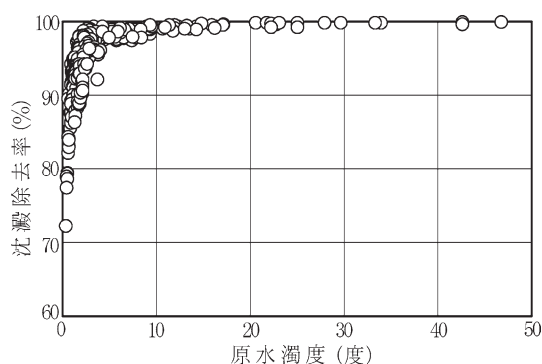



図 11　原水濁度と沈澱除去率の関係

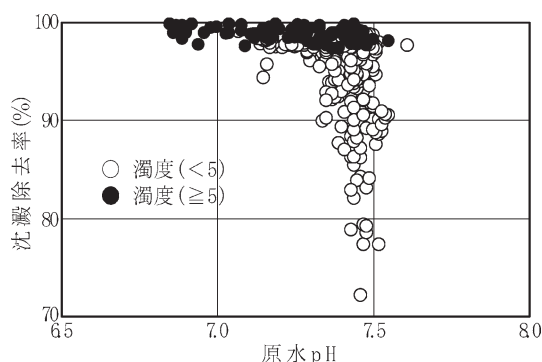



図 14　沈澱除去率の変化

図 12　原水 pH と沈澱除去率の関係

図 15　残留アルミニウムの変化

図 13　PAC 注入率と沈澱除去率の関係

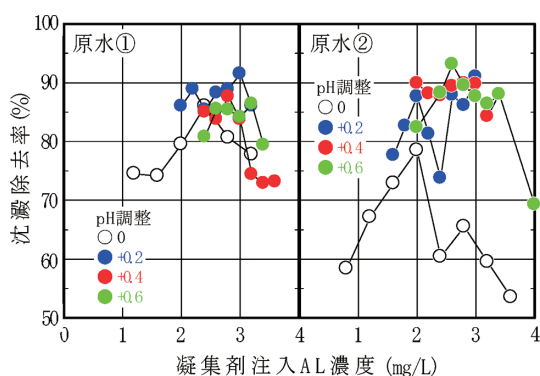



図 16　沈澱除去率の変化 (1)

3.2　原水の pH 変動が残留アルミニウムに与える影響に関する実験結果および考察

図 14, 15 は，pH 調整をしない原水の場合における，凝集剤注入 AL 濃度に対するそれぞれ沈澱除去率，残留アルミニウム(以後残留 AL)濃度との関係を示した。図 14 から沈澱除去率は 50〜85% 程度で，凝集剤の最適注入 AL 濃度は，1.6〜2.4 mg/L と十分に判定することができ，最適注入 AL 濃度時の沈澱除去率は 70〜85% 程度と得られた。また図 15 から，沈澱処理水中の残留 AL の変化は，若干のデータのばらつきがある

図 17　沈澱除去率の変化（2）

図 18　残留アルミニウム濃度の変化（1）

図 19　残留アルミニウム濃度の変化（2）

が，最適注入 AL 付近では残留 AL 濃度が 0.01～0.02 mg/L と低く得られている。

次にこれらの原水の pH を所定 pH（0, 0.2, 0.4, 0.6 をそれぞれ上昇させたもの）に調整した原水の沈澱除去率と残留 AL の変化を，図 16, 17, 18, 19 に示した。

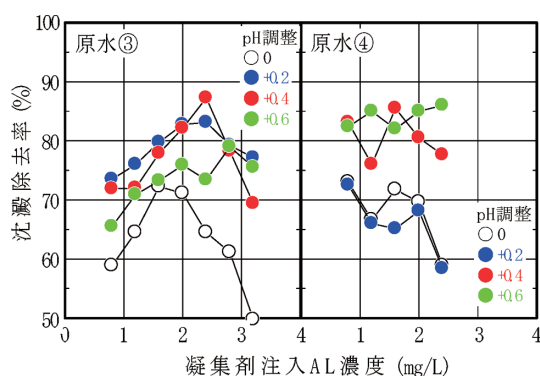
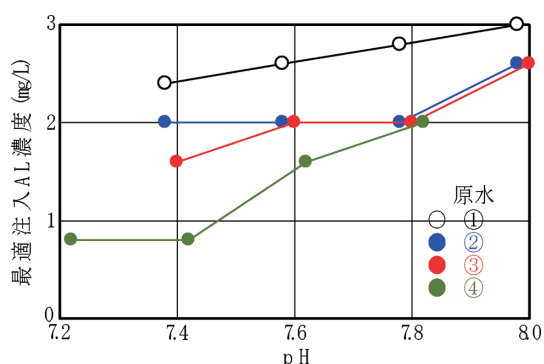



図 20　pH 調整後の最適注入 AL 濃度の変化

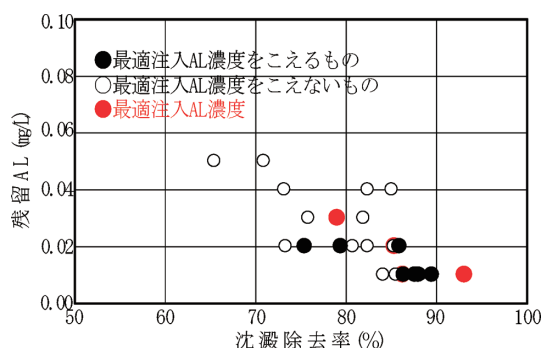



図 21　pH+0.6 の沈澱除去率と残留アルミニウム

図 16, 17 より，各原水 ①～④ において，凝集剤最適注入 AL 濃度は原水 pH が高くなるほど増加する傾向があり，その注入濃度における沈澱除去率も次第に高くなることがわかる。また図 18, 19 から各原水における残留 AL は，凝集注入 AL 濃度の増加で低下し，最適濃度で横ばいになり，その後徐々に増加するという同様の傾向を示した。少なくとも PAC といえども凝集剤濃度を過剰に注入することは，浄水中の残留アルミニウムを低減する観点からはやはり良くないといえる。

図 20 に pH 調整後とその条件下での最適注入 AL 濃度の関係を示した。図 16, 17 で得られたように，どの原水においても，原水 pH が高くなると最適注入 AL 濃度は増加することがわかる。これより原水の pH が高く変動した場合，凝集剤濃度をそれに見合う最適濃度に追随させて増量させないと凝集剤の注入アルミニウムが不足状態になることが明らかとなった。

図 21 に，原水 pH に対して +0.6 と最も高く pH を

調整した原水における沈澱除去率と残留ALの関係を示した。図21から原水pHが高い側に変動した場合，最適注入AL濃度での沈澱除去率は80～95%であり，残留AL濃度も0.01～0.03 mg/L程度と低い。そのような当初より高いpHの原水に対して最適注入AL濃度を超過して凝集剤を注入した場合には，沈澱除去率は75～90%と若干低下するが，残留AL濃度は，0.01～0.02 mg/Lとほとんど増加しない。それに対して，最適注入AL濃度を下回る凝集剤濃度，つまり高pHに相応する凝集剤濃度を注入しない場合には，沈澱除去率は65～85%と低下し，残留AL濃度も0.05 mg/Lと高くなる場合もあることを示している。

結局，原水pHがアルカリ側に変動した場合，最適注入AL濃度は増加するので，凝集剤濃度をそれに見合う濃度に増量させないと沈澱除去率の低下と残留アルミニウム濃度の上昇を招いてしまうことが明らかになった。

4. 結　　論

本研究にて明らかになった点を列挙すると以下のとおりである。

1) 河川水の濁度が高い場合には，日照が不足し，光合成作用が低下することでpHが上昇しなくなり，そのしきい値は，平均濁度Davで20度/h程度である。
2) 本調査対象域では，平均濁度Davのしきい値20度/h以上の日は，年間に数日程度であるので，貯水池放流水の河川水のpHは，ほぼ年間を通して0.2から0.8程度上昇することが多い。またpHの上昇幅⊿pHには水温などの季節的な影響は大きくない。
3) 沈澱除去率は，pHより原水濁度の影響を強く受けるものの，原水濁度 <5度，pH≧7の場合ほど低下し，pHの影響については，アルカリ側のpH領域の場合には，凝集沈澱性がより低下する。
4) 原水pHがアルカリ側に変動した場合，最適注入AL濃度は増加するので，凝集剤濃度をそれに見合う濃度に増量させないと沈澱除去率の低下と残留アルミニウム濃度の上昇を招いてしまう。

本研究では，原水のpH変動と原水濁度との関係について，原水水質とpHの変動の資料から解析し，原水の一日における時間的なpH変動に注目して凝集剤注入濃度をコントロールする必要性を残留アルミニウム濃度との関係で実験を通して考察した。低濁度時の原水pHの変動要因については，日照時間などの気象要素等が影響していると予想できるため今後さらなる検討が必要と考える。

謝　　辞

浄水場の原水および運転管理データの提供をしていただいたS市水道局，ならびにデータ解析や実験に協力してくれた当時東北工業大学今野研究室研修生の新田一喜，渡邊千紘，結城真彦の諸君に感謝します。

参　考　文　献

1) 武田悠介：残留アルミニウムに影響する原水性状に関する研究，2006年度東北工業大学建設システム工学科卒論
2) 千葉順二：Mダム湖原水の性状と凝集処理性，2007年度東北工業大学建設システム工学科卒論
3) 千葉政弥：Mダム湖水の性状と残留アルミニウムの関係，2008年度東北工業大学建設システム工学科卒論
4) 東北工業大学：F浄水場のアルミニウムの溶出についての調査業務委託報告書，2006, 2007
5) S水道局：F浄水場管理日報（2007～2009年度）

ノア衛星画像の7年間の解析結果による森林火災の早期発見に関する研究

河　野　公　一*・小　松　直　之**

Analysis of Fire Scar and Smoke in the Russian Far East Region in the Passed Seven Years

Koichi KAWANO and Naoyuki KOMATSU

Abstract

In this paper, we proposed smoke and scar detection methods, and analyzed seven-year data of the Russian Far East by using NOAA AVHRR images. As a result of the analysis, scars have been detected in April and October, and smoke has been detected in around May every year. In addition, occurrence of a fire is affected by the scar which appears in October of the previous year. The spot of the scar burns again next spring because the vegetation of the scar recovers in May. Moreover, a forest fire occurs every year in the territories of Khabarovsk and the Zeya River. Comparison between the results of scar and smoke detections was made. As a result, it was cleared that fires would occur this year from the scar which appears in October of the previous year.

1. はじめに

ロシア極東地域では，毎年のように森林火災が頻発している[1,2]。ロシアは，日本と近接する最大の森林保有国であるため，ひとたび森林火災が発生すると広範囲に広がってしまう。ロシア極東地域の森林火災の原因の多くはタバコや焚火などの火の不始末という人為的なものであると考えられている[3]。森林火災による被害を最小限に抑えるためには，森林火災の早期発見が最も重要である。しかし，ロシア極東地域は，非常に広大であるため，毎年発生する森林火災を早期発見することが困難である。森林火災を早期発見するには，森林火災を広範囲で観測することが可能な衛星画像を用いた画像解析が適している。

これまでにも，衛星画像を用いた森林火災の画像解析に関する研究が行われている。ノア衛星（後述）は，一度に約2,000 km×5,000 kmの広範囲を観測することが可能であり，火災の解析に有効な超高分解能放射計（Advanced Very High Resolution Radiometer；AVHRR）というセンサを搭載している。そのためノア衛星画像を用いた研究が多数存在する[4~8]。衛星画像を用いた従来の森林火災の解析では，焼け跡，火災煙，ホットスポットの内，どれか一つだけを検出し，解析を行う方法が一般的であった。焼け跡は，森林火災の鎮火後でも検出が可能であり，森林火災の焼失面積を調べるのに適している。しかしながら，焼け跡は雲に覆われている場合と，植生が回復した場合には原理的に検出されない問題がある。一方，森林火災の煙は，焼け跡と比較して火災煙が広範囲に広がりやすいため，規模が小さな火災であっても容易に検出できる。しかし，火災の煙は鎮火すると検出されないという問題がある。また，焼け跡の場合と異なり，煙を検出しても実際の被害面積を知ることができない。このように，従来法におけるホットスポット等の単体での解析では，火災の性質を調べるのに不十分であることがわかる。

2011年10月2日受理
* 情報通信工学科　准教授
** 大学院通信工学専攻

そこで，本研究では，火災発生直後から鎮火する間までを検出できる火災煙と，火災の鎮火後に検出ができる焼け跡の両方に対して，7年間の長期的な画像解析を行う。また，この結果から，ロシア極東地域における森林火災の早期発見のための考察を行う。

2. ノア衛星の概要

本研究では，ノア衛星から受信したデータを使用している。ノア衛星の直下点の分解能は1.1 kmであり，1画素10 bitに量子化されている。ノア衛星は，AVHRRセンサを搭載しており，可視から熱赤外までの5つの観測波長帯域（CH1～CH5）を持っている[9]。AVHRRセンサの概要を表-1に示す。

正規化植生指数（Normalized Difference Vegetation Index；NDVI），はノア衛星画像に限らずリモートセンシングの分野で一般的に用いられている指数である。NDVIはCH1，CH2のカウント値を用いて，それぞれ次式で定義される[10]。

$$NDVI = (CH2 - CH1) / (CH2 + CH1) \qquad (1)$$

式（1）は，植生の反射率が，可視領域のCH1で低く，近赤外領域のCH2で高いという性質を利用している。NDVIが高いほど，植生がさかんであることを示している[11]。

NDVIを基に作られた指数として正規化土壌指数（Normalized Difference Soil Index；NDSI），正規化水指数（Normalized Difference Water Index；NDWI）が知られている[12]。NDSI，NDWIはCH1，CH2，CH3Aのカウント値を用いて，それぞれ次式で定義される。

$$NDSI = (CH3A - CH2) / (CH3A + CH2) \qquad (2)$$

$$NDWI = (CH1 - CH3A) / (CH1 + CH3A) \qquad (3)$$

式（2）は，土壌の反射率が，近赤外領域のCH2で低く，短波長赤外領域のCH3Aで高いという性質を利用している。式（3）は，水の反射率が短波長赤外領域のCH3Aで低く，可視領域のCH1で高いという性質を利用している。式（1）～（3）の指数は，定義上，すべて −1から1の範囲に正規化される。

表-1 AVHRR/3センサの観測波長帯

チャネル番号（CH）	観測波長帯［μm］
1	0.58～0.68（可視）
2	0.725～1.10（近赤外）
3A	1.58～1.64（短波長赤外）
4	10.3～11.3（熱赤外）
5	11.5～12.5（熱赤外）

3. 使用したデータ

本研究では，CH3Aのセンサが搭載されているノア17号から受信したデータを使用した。対象地域はロシア極東地域のハバロフスクであり，北緯50.0°，東経130.0°を投影中心とし，画像サイズを1,024×1,024画素（約1,100 km四方）で切り出した。対象期間は，2003年1月から2009年12月までの7年間とした。使用した衛星画像の総数は4,805シーンとなった。しかし，そこから画像にノイズが混じっている画像や対象地域とした範囲が切れてしまっている画像は除外した。その結果，最終的に解析を行う画像の総数は1,839シーンとなった。

本研究では，RGBにそれぞれNDSI，NDVI，NDWIを合成した画像に，CH3Aを0～1に正規化して掛け合わせた画像（以下，合成カラー画像）を作成した。合成カラー画像は，地表面を構成する要素である土壌，植生，水の情報を1枚の画像で確認できるため作成した[13,14]。図-1は，この合成カラー画像の作成方法を示している。本研究で使用する合成カラー画像は全て図-1の手順で作成した。

4. 解析方法

4.1 焼け跡の検出方法

図-2は対象地域に対する合成カラー画像の作成例であり，画像中央上部に焼け跡を確認できる。この画像から，焼け跡は黒く他の領域とは異なる色に見えることがわかった。そこでCH1～CH5とNDVI，NDSI，NDWIのうち，焼け跡を他の領域と区別できる画像を調べた結果，CH3A，CH4，NDVI，NDWIにしきい値処理を行うのが有効であると考えた。図-3は，これらのチャネルのモノクロ画像である。各チャネルに対して，焼け跡を検出する条件を以下のように設定した。

$$CH3A < 72 \qquad (4)$$

$$CH4 > 630 \qquad (5)$$

$$NDVI < 0.01 \qquad (6)$$

$$NDWI < -0.21 \qquad (7)$$

図-1　合成カラー画像の作成方法

図-2　焼け跡の画像（ノア17号，2006年10月11日）

図-3(a) に示したCH3Aの画像では，焼け跡の地点が黒く見えるため, CH3Aの値が低くなる。そこで式(4)のしきい値を設定した。同図（b）に示したCH4の画像では，焼け跡は他の地点よりも温度が高くなる。そこで，式(5）に示すしきい値を設定した。同図（c）に示したNDVIは，植生がさかんな地点では値が高くなり，植生が低い地点では値が低くなる。焼け跡は植生が低くなるため, 式(6) に示すしきい値を設定した。しかし，NDVIが低い地点には焼け跡以外に海や湖，雲等が含まれてしまう可能性がある。一方，同図（d）に示したNDWIは海や湖，雲等では高い値をとるが，焼け跡では低い値をとる。そこで焼け跡をそれ以外と区別するため，さらに式(7）に示すしきい値を設定した。ここでは，式（4)～(7）を同時に満たす領域を焼け跡とした。

4.2　火災煙の検出方法

図-4は，火災煙が確認できる合成カラー画像の例である。地表面が透けて見えるためわかりにくいが，火災煙は画像中央上部に確認できる。この画像から火災煙は雲等とは異なり, 紫色に見えることがわかった。そこで，火災煙と他の領域とを比較的区別できるCH2，CH3A，CH4，NDVI，NDSI，NDWIにしきい値処理を行うのが有効であると考えた。なお，図-5

(a) CH3A　(b) CH4

(c) NDVI　(d) NDWI

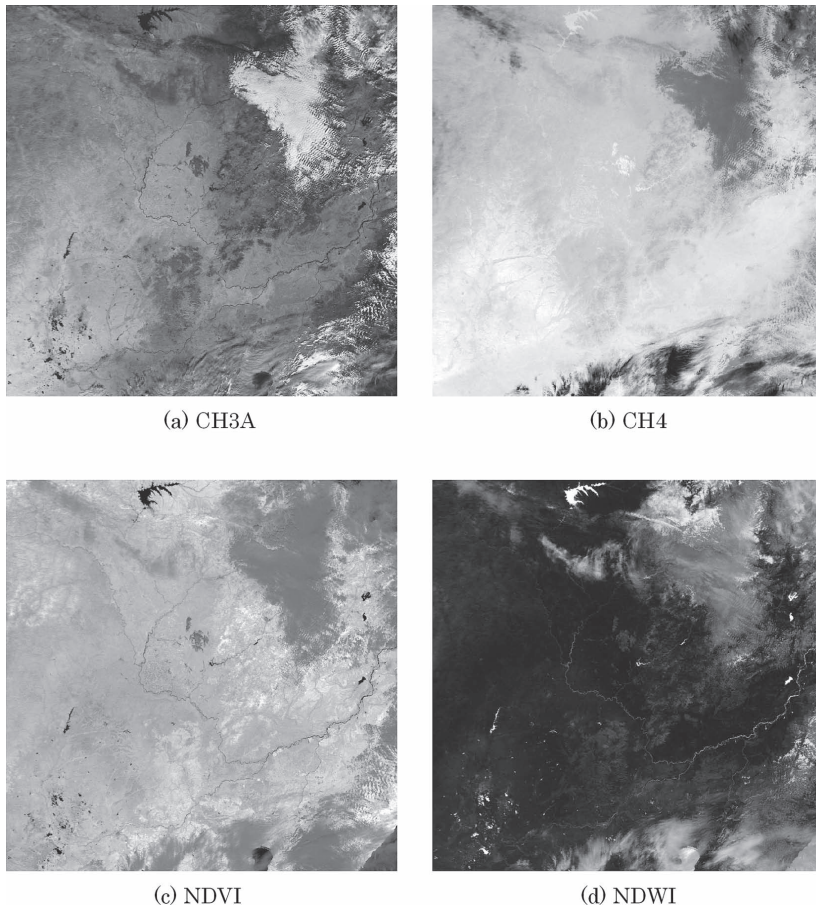



図-3　焼け跡を確認できる各チャネルの画像

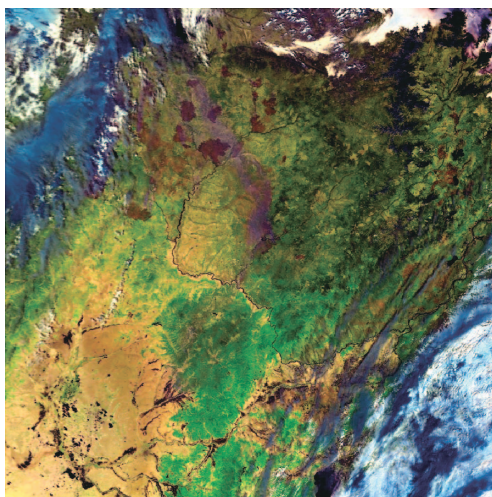



図-4　火災煙の画像（ノア17号，2006年5月29日）

はこれらのチャネルのモノクロ画像である。各チャネルに対して，火災煙検出の条件を以下のように設定した。

$$\mathrm{CH2} > 60 \tag{8}$$

$$\mathrm{CH3A} < 180 \tag{9}$$

$$\mathrm{CH4} > 600 \tag{10}$$

$$\mathrm{NDVI} < -0.09 \tag{11}$$

$$\mathrm{NDSI} < 0.05 \tag{12}$$

$$\mathrm{NDWI} < 0.20 \tag{13}$$

図-5(a) に示したCH2では煙の値は陸域より高くなるため，式 (8) のようにしきい値を設定した。同図 (b) に示したCH3Aでは雲の値が高くなり，それ以外の領域は低い値になる。そこで式 (9) のしきい値を設定した。火災煙は雲より温度が高くなるため，

(a) CH2　(b) CH3A
(c) CH4　(d) NDVI
(e) NDSI　(f) NDWI

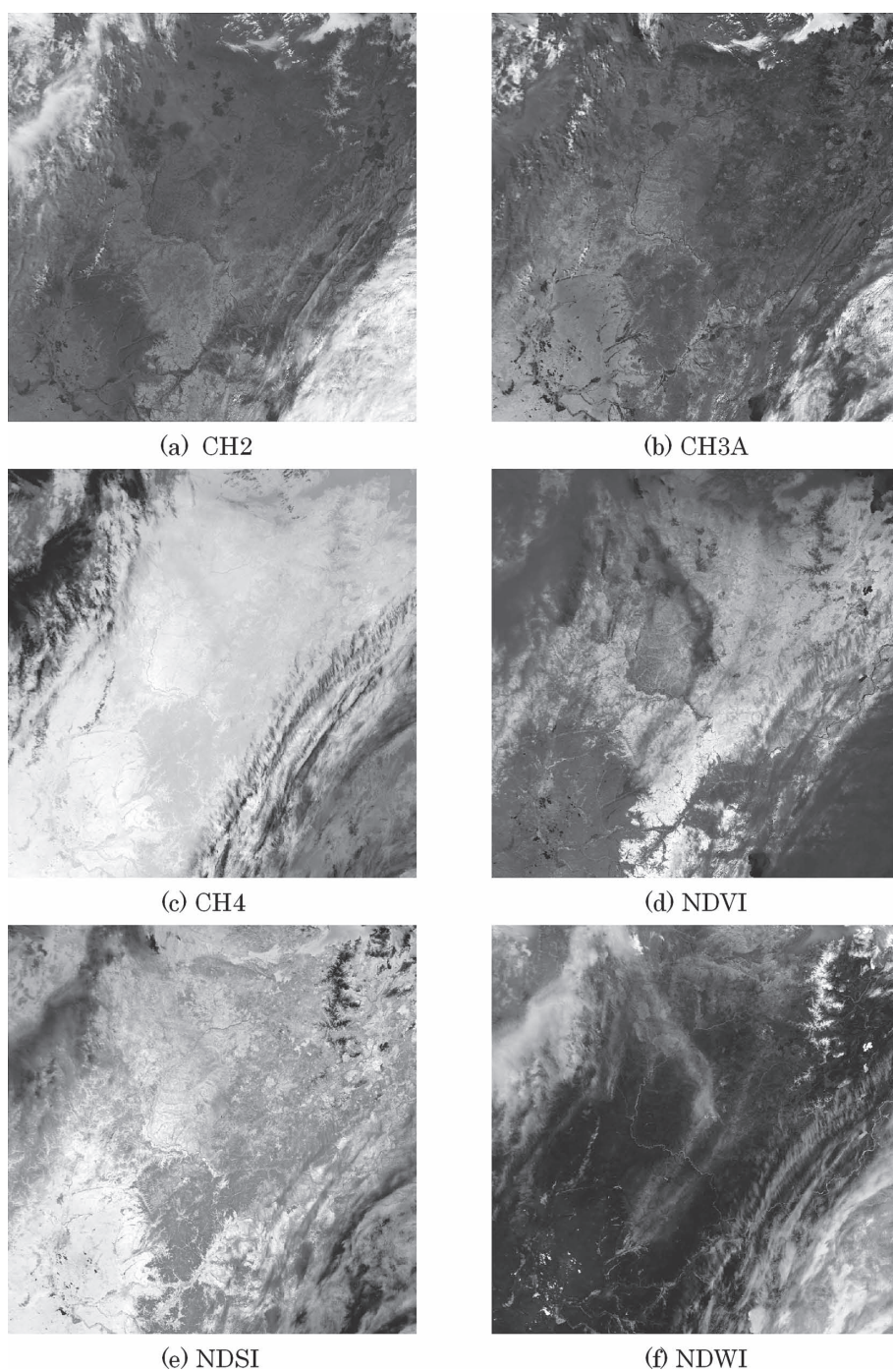



図-5　火災煙を確認できる各チャネルの画像

式（10）のしきい値を設定した。また，火災煙の領域では森や平野より植生が低くなる。そこで，式（11）のしきい値を設定した。さらに火災煙は，合成カラー画像で紫色に見えることから合成カラー画像の赤に対応させたNDSIと青に対応させたNDWIに対して，式（12）と式（13）のしきい値を設定した。本研究では，式（8）～（13）を同時に満たす領域を火災煙とした。

5. 解析結果

5.1　焼け跡の解析結果

図-6は，2003年1月から2009年12月の期間に検出された焼け跡の面積を測定し，グラフ化したものである。ただし，2007年11月の4シーンと，2008年10月の2シーンは除外した。これら6シーンの画像はいずれも冬場の画像であり，中華人民共和国のチチハルにある湿地帯が映っている。湿地帯は夏には，植生が高いため,焼け跡として検出されることはないが,冬になると植生が極端に下がる。そのため,合成カラー画像で表示したとき焼け跡とほぼ同じように見え，誤検出される。今回は対象地域をロシア極東地域としているため，これらのシーンを除外した。

図-6に示す焼け跡の面積からは，毎年4月と10月頃に多くの焼け跡が検出されていることがわかる。これは10月に焼け跡ができた場合，冬季のため植生があまり回復しないまま11月を迎える。11月頃になると焼け跡が残ったまま地表面に雪が積もり始め，雪は翌年の3月頃まで積もったままである。その間，焼け跡は雪に埋もれているため検出されないが，3月後半から4月頃になると積もっていた雪が融け始め，前年の10月の焼け跡が，再び地表面に現れるため焼け跡として検出される。そして，5月頃になると植生が回復し，再び検出されなくなる。以上が4月と10月頃に焼け跡が検出される理由である。また，合成カラー画像で確認すると，毎年ゼーヤ川の付近やハバロフスクの付近にこのような焼け跡が残っていることがわかる。

5.2　火災煙の解析結果

図-7は，2003年1月から2009年12月の期間に検出された火災煙の広がり具合を面積として測定し，グラフ化したものである。

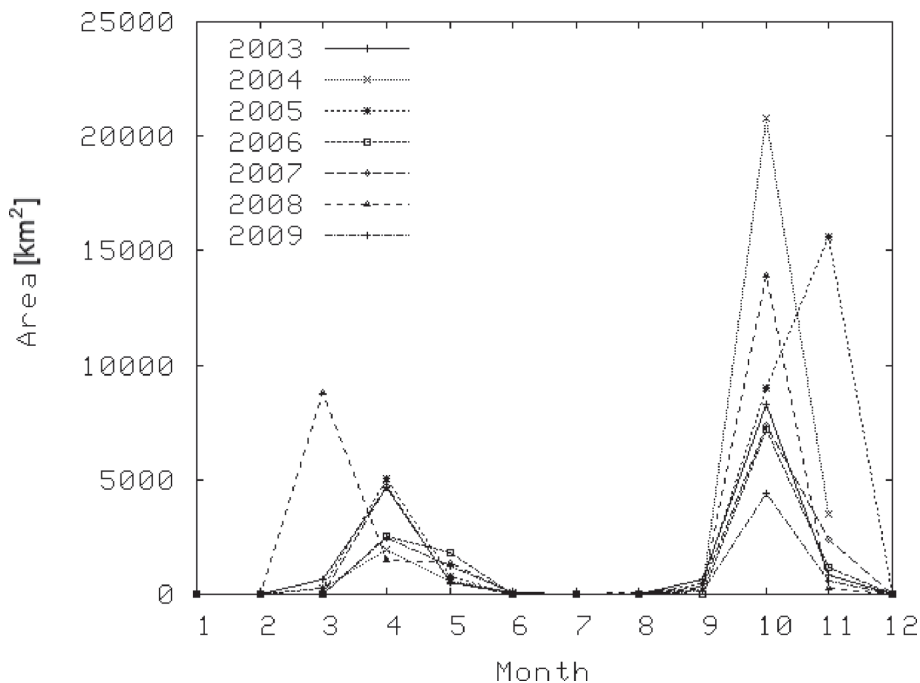



図-6　焼け跡の解析結果

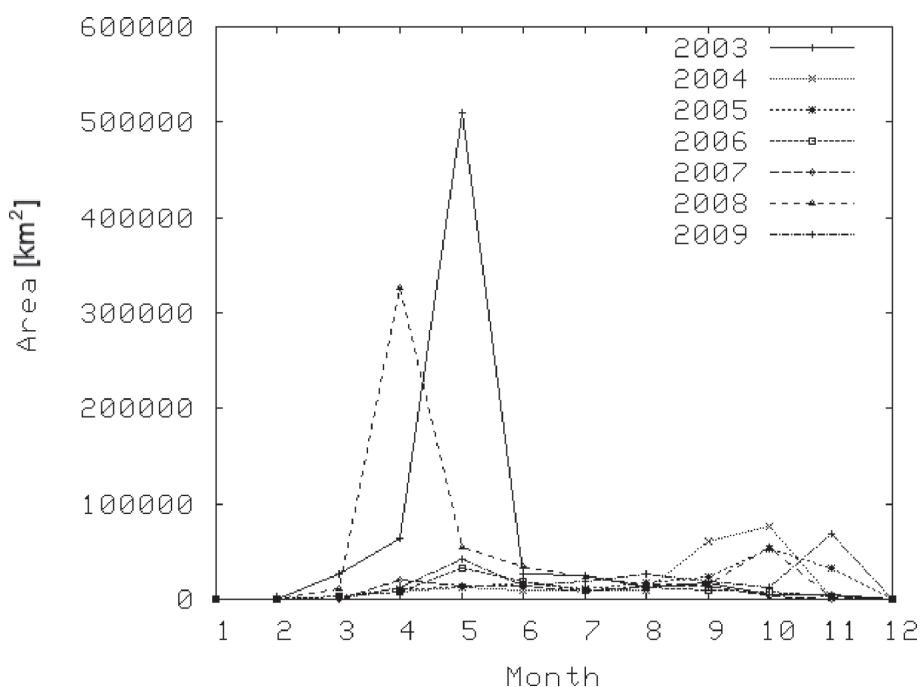



図-7　火災煙の解析結果

焼け跡が毎年4月と10月に検出されたのに対して，火災煙の検出結果の特徴は，毎年5月頃に検出されることである。図-7と2005年10月から2006年5月までの期間の合成カラー画像から，前年の10月に発生した焼け跡が次の年まで残り，その焼け跡から再び出火して燃え広がったため，5月頃に煙が検出されていることがわかった。

6.　本検出法の有効性の検証と早期発見のための考察

6.1　本検出法の有効性の検証

本検出法の有効性を検証するため，東北大学ノア画像データベース[15]（以下，ノアDB）を用いた。これは，ロシア極東地域における火災のホットスポットのデータベースである。本検出法は，焼け跡と火災煙の検出方法であり，ホットスポットとの直接の比較はできないため，ノアDBと本検出法で求めた火災地点同士の比較を行った。使用したデータは，2004年10月15日のデータである。図-8は，比較対象であるノアDBの画像である。同図はホットスポットを赤色で示している。図-9は，2004年10月15日の画像に，焼け跡と火災煙から検出した結果を赤色で重ねた図である。同図（a）は焼け跡の検出結果で，同図（b）は火災煙の検出結果である。この2つの図の比較により，本検出法によって検出された焼け跡や火災煙の地点と，ノ

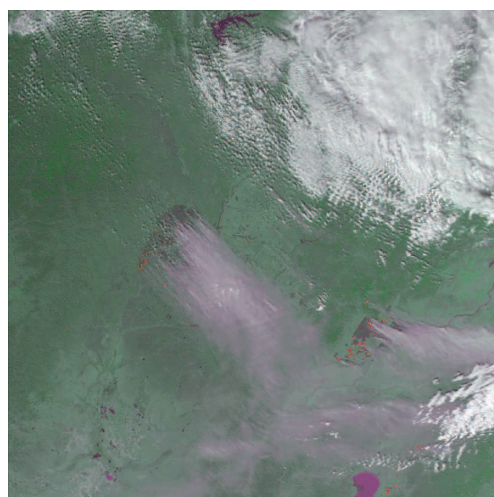



図-8　ノアDB画像（2004年10月15日）

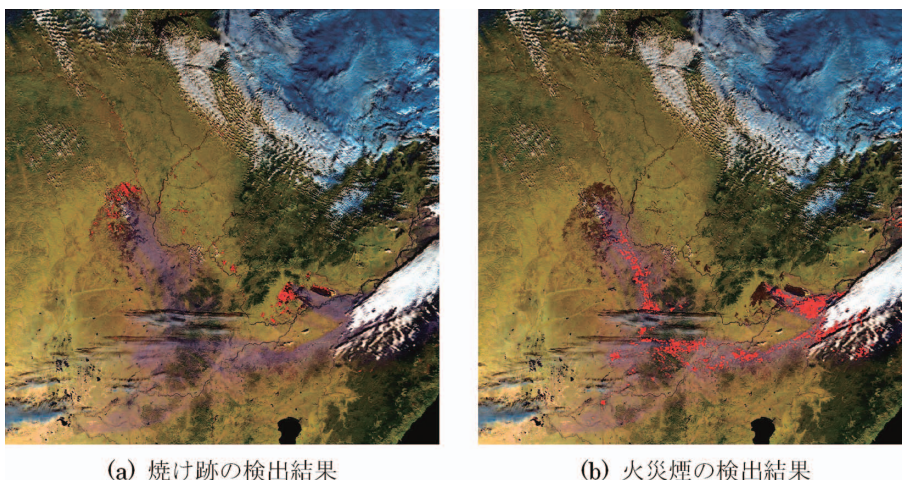
(a) 焼け跡の検出結果

(b) 火災煙の検出結果

図-9　提案法の検出結果の例（ノア17号，2004年10月15日）

アDBのホットスポットの地点が同じであることを確認した。以上のことから，本検出法の有効性が検証された。

6.2　火災の早期発見のための考察

本節では，焼け跡と火災煙の複合的な解析結果からロシア極東地域における森林火災の早期発見のための考察を行う。火災の早期発見には，現在進行中の火災である火災煙の検出が当然有効である。それに対して，焼け跡は火災が発生したという過去の結果ではあるが，7年間のデータの解析結果から，前年の10月の焼け跡から翌年の5月頃に火災が発生する場合が多いことがわかった。この原因については一部5章で述べているが，10月頃に火災が発生し，焼け跡ができた場合，冬場のため植生があまり回復しないまま11月を迎える。11月頃になると焼け跡が残ったまま地表面に雪が積もり始める。翌年の3月後半から4月頃になるとこの積もった雪が融けて，前年の10月の焼け跡が再び地表面に現れ，焼け跡として検出される。そして，5月頃になると暖かくなり植生が回復し始めるため，前年の焼け跡付近から火災が発生する可能性が高くなるためである。焼け跡と火災煙とのこのような関係は，単独の検出方法だけからは得られない知見である。以上の結果から，ロシア極東地域における森林火災の早期発見には，火災煙の検出に加え，前年の10月頃の焼け跡を分析しておき，火災の発生する可能性の高い場所を事前に特定しておくことが重要であると考える。

7.　ま　と　め

過去7年分のノア衛星画像を用いて焼け跡と火災煙の複合的な画像解析を行った。7年間の解析から，焼け跡は4月と10月に多く検出されることが確認できた。特に，対象地域としたロシア極東地域のハバロフスクとゼーヤ川付近では毎年森林火災が発生していることがわかった。また，火災煙は5月に多く検出されることを確認できた。そしてその原因は，植生が回復しきっていない焼け跡からさらに火災が発生し煙が広がっていくためであることもわかった。焼け跡と火災煙の複合的な解析結果から，ロシア極東地域における森林火災の早期発見のための考察を行った。その結果，火災煙の検出によって現在進行中の火災を発見できることに加え，前年の焼け跡に着目することで翌年の火災煙の発生地点をより良く推定できるようになった。

参　考　文　献

1） K. Kawano, M. Makano, and J. Kudoh : The long-term analysis of forest fire in the Russian Far East, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vol. 3, pp. 1800-1802, 2005.
2） 柿澤宏昭，山根正伸　編著：ロシア　森林大国の内実，第5章，2003.
3） A. Rowell and P.F. Moore : Global review of forest

fires, AWWF/IUCN Report, 2000.
4） K. Kawano, J. Kudoh, and S. Makino : Forest Fire Detection in Far East Region of Russia by Using NOAA AVHRR Images, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vol. 2, pp. 858-860, 1999.
5） K. Kawano and J. Kudoh : Forest Fire Smoke Analysis in Far East Russia, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vol. 7, pp. 4462-4464, 2004.
6） K. Kawano, H. Iwabuchi, and J. Kudoh : Monitoring of Forest Fires in Far East Russia, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vol. 4, pp. 2060-2062, 2002.
7） 堀口郁夫，劉　大力，谷　　宏，町村　尚：NOAA/AVHRRデータによる森林火災地の植生指数と地表面温度による回復状況の解析，日本リモートセンシング学会誌，Vol. 14, No. 2, pp. 14-23, 1994.
8） 牧　雅康，田村正行：極東ロシアにおけるNOAA/AVHRRデータを用いた大規模森林火災特定法の比較と改良，日本リモートセンシング学会誌，Vol. 22, No. 1, pp. 32-39, 2002.
9） NEC：衛星データ受信装置　取扱説明書（ソフトウェア編），1996.
10） 日本リモートセンシング研究会編：改訂版図解リモートセンシング，第5章，2004.
11） C.J. Tucker : Red and photographic infrared linear combinations for monitoring vegetation, Remote Sensing of Environment, 8, pp. 127-150, 1979.
12） 竹内　渉，安岡善文：衛星リモートセンシングデータを用いた正規化植生，土壌，水指数の開発，写真測量とリモートセンシング，Vol. 43, No. 6, pp. 7-19, 2004.
13） 小松直之，河野公一：ノア衛星の1.58 μm帯チャネルを用いた焼け跡検出方法の提案，電子情報通信学会情報・システムソサイエティ特別企画，2010, p. 103.
14） 諏訪内智美，河野公一：土・植生・水指数を用いたノアデータの可視化法の開発，東北地区若手研究者研究発表会講演資料，2010, pp. 95-96.
15） Y. Haramoto, K.A. Kalpoma, and J. Kudoh : Construction of Real time Fire Detection System for Northeast Asian Region, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vol. 7, pp. 4456-4458, 2004.

基盤情報システムの東日本大震災における被害と情報センターの対応

松　田　勝　敬*・工　藤　栄　亮**・村　岡　一　信**

“The 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake” Damage and Restoration of Network Information Infrastructures by Information Network Center

Masahiro MATSUDA, Eisuke KUDOH and Kazunobu MURAOKA

Abstract

A massive earthquake of magnitude of 9.0 occurred Friday 11 March 2011, off the Pacific coast of the Tohoku Region of the Japanese, causing devastating damages.　The massive earthquake causes strong shaking and the high tsunami flocked at the Pacific coast.　The Tohoku Institute of Technology suffered damage caused by the earthquake, too.　By a blackout, Network information infrastructures stopped.　The Information Network Center of Tohoku Institute of Technology began the restoration of information systems after the earthquake occurrence immediately.　In this paper described events from the earthquake occurrence of March 11 to aftershock outbreak of April 7.　Information system in our university recovered rapidly after the earthquake, because there are highly skilled technicians, who can start the recovery process without help of any outside suppliers.

1. 背　　景

平成23年3月11日14時46分頃に三陸沖を震源とするマグニチュード9.0の「平成23年（2011年）東北地方太平洋沖地震」が発生した[1)]。この巨大地震により，東北地方から関東地方をはじめとして強い揺れが発生し，さらに太平洋沿岸には高い津波も押し寄せた。これらに伴い，福島県の原子力発電所事故も発生し「東日本大震災」と呼ばれる未曽有の大災害となった。この大災害の特徴の一つは，被害範囲が広大であり地震の揺れや津波による直接の被害が少なかった地域にも，停電や物流の停止，原発からの放射性物質の拡散などによる影響が広がったことである。

本学も地震により震度6弱[2)]の大きな揺れによる直接の被害と共に，停電やガスなどのライフラインの供給停止，さらに物流の停止による被害も受けた。さらに学生や教職員も被災した者が多く，亡くなられた方もいる。3月11日の地震発生時から停電により本学の基盤情報システムは停止し，学内LANはもとよりインターネット接続や電子メールなどのサービスも停止した。地震発生から3日後の3月14日から学内の一部建物で復電し，それと共に迅速に基盤情報システムの復旧作業が開始され，インターネット接続やWebサイトの復旧がなされた。その後徐々にキャンパス全体へと復電していき，あわせて学内LANの復旧も進んでいった。地震後の混乱や物流，交通の停止の中，システム保守業者の到着を待たずに学内の人員を中心として，システムの復旧をいち早く成し遂げたことは特筆すべき点である。今後の災害対策や日常業務に活かすべく，今回の災害発生による状況とその対応をま

2011年10月21日受理
* 情報通信工学科　准教授
** 情報通信工学科　教授

とめ考察することとした。

2.　東北工業大学の概要

東北工業大学（以下本学）は 1964 年の開学以来，東北地方を中心に技術者を輩出している。2 学部 9 学科で構成され，およそ学生数 3,100 人，教職員数 240 名の大学である。キャンパスは主に本部と工学部からなる「八木山キャンパス」と，ライフデザイン学部を中心とした「長町キャンパス」の 2 キャンパスである。どちらのキャンパスも宮城県仙台市街西側の丘陵地帯にあり, 傾斜地に拓かれた住宅街の中に立地しており，仙台駅からは直線で 3 km 程の距離である。キャンパス間は直線で，2 km 程離れている。また，仙台市街に展示やセミナーが実施できる一番町ロビーを持つ。

八木山キャンパスには本部やサーバがある 1 号館の他に，2 号から 10 号館，図書館や各種実験施設，クラブ棟がある。本学のインターネット接続回線は，八木山キャンパスに収納されている。長町キャンパスには 1 号館から 3 号館と，体育館，各種実験施設とクラブ棟がある。

1978 年の「宮城県沖地震」の際は，本学でも建物などに被害が発生し，一部建物には補強を施して現在も使用している。ここ数年間でも，「宮城県沖地震」の再来に備えての，建物の補強工事がひと通り終了したところであった。また，建物内においても書架や棚などは耐震固定をするなど，大きな地震が近いうちに必ず発生するという意識のもとに，日頃から対策が実施されていた。

3.　東北工業大学基盤情報システムの概要

本学の基盤となる情報システムは，学内 LAN をはじめインターネット接続，Web サイト閲覧フィルタ，電子メール，メールフィルタ，Web サイト，Proxy, DNS, アンチウィルスソフトの配布・管理, 学内 CA 局, 統合認証，ファイルサーバ，演習用端末室群がある。これらの情報システムの基幹部は約 100 台のサーバや関連機器から構成されており，八木山キャンパスの 1 号館の 1F にあるサーバ室内に収められている。学内 LAN のネットワーク機器や演習室の端末などは，両キャンパスと一番町ロビーの各建物にも設置されてい

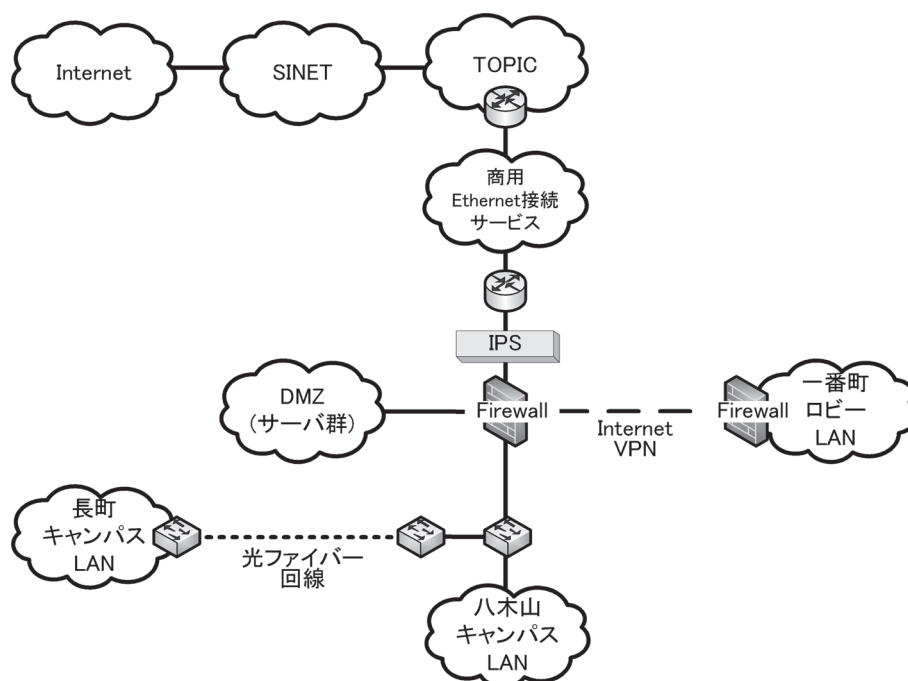



図 1　東北工業大学のネットワークと基盤情報システムの概要

る。

本学のネットワークと基盤情報システムの概要を図1に示す。インターネット接続は，TOPIC[3]，SINET[4]を経由して接続されており，TOPICとは商用のEthernet専用線サービスを利用して，八木山キャンパスと接続している。TOPICの接続先は，東北大学サイバーサイエンスセンターの仙台NOCである。学外への接続部には，IPS（Intrusion Prevention System）が設置され，学外のSOC（Security Operations Center）から24時間通信を監視されており，不正な通信が発生した場合は本学の担当者に連絡されるようになっている。基盤情報システムをはじめとした各種サーバ群の多くは，Firewallでセグメントを構成しているDMZ（DeMilitarized Zone）内に設置されている。長町キャンパスと八木山キャンパス間は，自営の光ファイバー回線で高速に接続されており，両キャンパスとも同等のネットワーク環境を実現している。一番町ロビーとはInternet VPNで接続しており，学内LANとしてネットワークが構成されている。

これらの基盤となる情報システムの管理は，「情報センター」が担当している。本学「情報センター」は，これまで業者が主体となって行われていた本学の情報システムの管理と運用を，「大学主体に行えるようになること」を目的の一つとして，平成21年に組織された。特徴としてはセンター独自で一定以上の技術力を保持するため，情報システムを設計・構築・運用する技術力をもった「専門技術職員」を配置していることがあげられる。このことは，今回の震災での復旧において，燃料不足や交通機関の混乱，被災地域が広大なため，保守業者の直接的な支援を受けることが難しいなかで，本学の基盤情報システムの迅速な復旧が行えた最も重要な要因となった。

4.　地震発生からの状況

平成23年3月11日14時46分頃の「平成23年（2011年）東北地方太平洋沖地震」の発生からの本学情報基盤システムおよび関連する事項について，時系列で示す。また，主な事項について図2に示す。

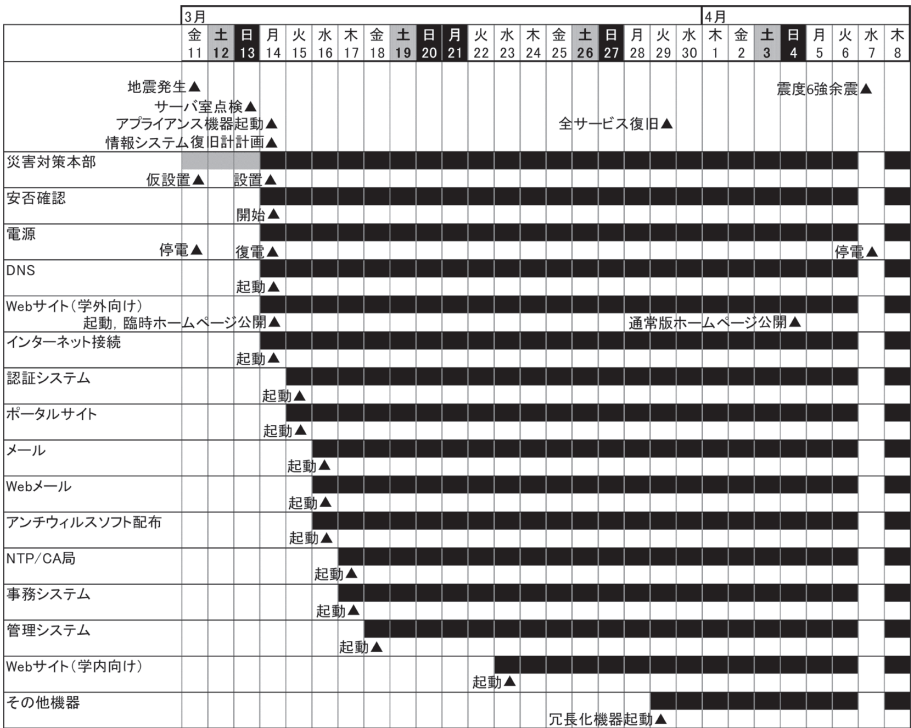



図2　地震発生からの主な事項

3月11日14時46分頃

・地震発生

地震直後から，本学への電気，ガス，水道の供給が停止する。春休み期間であったため，授業は実施されていなかったこともあり，通常時より学内の学生数は少なかった。

揺れの到着前に本学の緊急地震速報は発報せず，携帯電話のエリアメールによる緊急地震速報を受信し，避難した人もいた。揺れが収まった後，両キャンパスとも学内の学生･教職員は各避難指定場所に集合した。

地震発生時に，八木山キャンパス1Fのサーバ室内では，保守業者数名が作業中であった。サーバ室内のサーバラックの倒壊など，大きな被害はなかった。保守業者の人員に被害はなく，停電のため機器も停止しサーバ室の電灯が落ちたこともあり，作業を中断した後帰社した。

携帯電話は混雑していたが使用することができた。また，一部商用の無線接続のインターネット接続サービスも，利用できるところがあった。

3月11日16時30分

・災害対策本部仮設置

本学の「災害対策本部」が仮設置された。後の3月14日に本設置となる。

3月11日夕方

・避難者受け入れ

交通機関の混乱，停止による帰宅困難者や，自宅の被害状況が不明な者，近隣の住民などが本学に避難することになった。事務が中心となり避難者は3月17日まで八木山キャンパス1号館で受け入れた。

3月12日

・給水開始

本学に給水車が到着し，事務が中心となり給水所として近隣の住民に給水を開始した。給水車は3月29日まで毎日本学で給水した。

3月13日

・サーバ室内点検

情報センターの教員と専門技術職員各1名がオートバイで出勤し，八木山キャンパス1号館のサーバ室内の点検を実施した。まだ停電しており，懐中電灯を用い目視で被害状況を確認した。

サーバラックの倒壊はなく，ラックによっては揺れにより30 cm程度移動していたものもあったが，断線などは見られなかった。情報センターの職員1名はそのまま学内に一泊した。

事務により安否確認を開始した。一部学生はTwitterを利用した安否確認も行った。

3月13日夜間

・一部市内の復電

高台にある本学から，麓の市街地で明かりが点っている地域が見えたことから，近々本学も電力の供給が復旧すると思われた。

また携帯電話やスマートフォンにより，TOPICが復旧しているとの情報を確認した。これにより，本学とTOPICとの回線および設備が動作すれば，本学がインターネット接続できることが期待された。

3月14日7時

・復電

本学八木山キャンパスでの復電を確認した。

3月14日9時30分

・サーバ室復電

八木山キャンパス1号館の電力供給が復旧し，サーバ室も復電した。1号館のエアコンのシステムが破損していたが，サーバ室は優先してエアコンを利用できた。

停電後にサーバ室のブレーカーを落とさなかったため，ファイアウォールなどのアプライアンス機器を始めとして，一部機器が復電と同時に起動を始める。

以後，情報センターがある8号館の電源が復旧するまで，1号館のサーバ室を情報センターの活動拠点とした。

3月14日10時

・サーバ室内の機器の点検

復電し電灯も点灯したため，昨晩学内で一泊した情報センター職員により，サーバ室内の機器の確認をはじめる。目視による機器の損傷は認められず，多くの機器は正常起動しているようであった。

3月14日10時3分

・学外との疎通確認

携帯電話でSOCと連絡を取り，本学設置のIPSと

学外のSOCとの疎通を確認した。これにより，本学とインターネットが接続できていることが確認できた。本学と東北大学との光ファイバー回線は切断されておらず，Ethernet専用線サービスも稼働していた。

3月14日11時頃

・基盤情報システムの復旧計画を立てる

情報センターの教員も出勤し，今後の復旧計画の打ち合わせを行った。アプライアンス機器は既に復電時から起動しているため，今後のPCサーバを中心とした起動と,障害を検知した機器の対応の計画を立てた。まずは，本学からの情報発信ができるようにすることを最優先することにした。

また，他部局との調整や打ち合わせ，報告と機器起動の指示は教員が担当し，実際の機器の起動や障害の対応，メーカーや保守業者との連絡は専門技術職員が担当することにした。

3月14日11時10分

・サーバ機器の起動開始

サーバ機器の起動の開始を始めた。まず，DNSの起動から始めたが，問題なく起動した。

3月14日11時20分

・本学Webサイトの復旧

学外向けのWebサーバを起動させた。これにより，本学から学外へ情報発信することが可能となった。通常のホームページは，PCで閲覧することを前提としていたため，トップページのhtmlファイルを入れ替え，モバイル端末でも閲覧ができるWebページを作成した。

Webサーバの正常動作と携帯電話によるインターネットからの本学Webサイトの閲覧状態を確認し，学長および広報室にWebサイト復旧の件を報告した。

通常サーバなどの機器の起動や停止は，監視システムから実施をするようになっていたが，起動していなかった機器については個別に手動で電源を入れた。

3月14日11時44分

・インターネット接続の復旧

Webサイトフィルタリングシステムなどを起動し，学内からインターネットへの接続を復旧させた。これにより，本学と学外での情報の流通が拡大することとなった。

また学内からWWWが使えるようになったことから，一般のWebメールサービスにメールアカウントとWebサイト公開アカウントを取得し，本学Webサイトのミラーリングも開始した。

3月14日13時45分

・臨時ホームページ公開とメールによる安否確認の開始

学長や広報室が指定した内容による，臨時ホームページを作成し，公開を開始した。臨時ホームページの内容は印刷すると，そのまま紙での掲示にも使えるようにして，学内各所に掲示も行った。あわせて，取得した学外のWebメールサービスのメールアカウントを利用した安否情報の受付を開始した。安否情報の受付は，事務を中心に組織した「安否情報確認センター」が担当し，メールの他にも電話などからの安否情報もまとめた。

臨時ホームページのソースファイルは単一のhtmlファイルとし，内容の書き換えは情報センターの教職員の他，広報室の職員でも行えるような構成とした。この時から，広報室の職員によるホームページの更新が中心となり実施された。サーバ室の前室にホームページ更新専用のノートPCを設置し，更新作業を容易にした。

3月14日14時頃

・基盤情報システムの復旧計画と情報収集

停電などによる機器の障害に対応するため，基盤情報システムの中で冗長化されている機器については，当面片系だけでの運用を行うこととした。

ファイルサーバなど一部の機器でエラーメッセージが表示されているものもあったため，保守業者やメーカーと携帯電話で連絡をとった。ほとんどの業者は社会インフラの復旧を優先させており，連絡が取りづらいところもあったが，少しずつ不具合が発生している機器の復旧も進めた。

3月14日17時30分

・一部機器の設定変更

片系での運用やサービスを停止している機器があるため，ファイアウォールの設定を変更するなど，システムの設定変更を実施した。

3月14日18時10分
・臨時ホームページの更新
臨時ホームページを，部局長会議の内容を反映し更新し，学内の状況などを掲載した。

3月15日10時50分
・機器の動作確認
基盤情報システムの機器の動作をひと通り確認したが，昨日同様に動作していた。
情報センターの教員と職員はバスによる通勤となり，夜間から朝にかけての機器の動作については，学外からの臨時ホームページの閲覧程度しかできなかった。

3月15日12時
・認証機器の復旧開始
電子メールなどの学内の教職員の認証を行う，「統合認証システム」の一部アプライアンス機器に障害が発生していたため，この機器の復旧に着手した。業者と携帯電話で連絡をとりつつ，復旧作業を実施した。

3月15日12時27分
・認証機器の一部復旧
復旧を進めていた認証機器が一部復旧した。

3月15日12時39分
・統合認証システムのパスワード変更反映の停止
認証システムのパスワード変更システムは，まだ復旧させていないため，認証システム内のパスワード変更同期機能を停止した。これは，認証システムの一部機器に不具合が残っていたための対応である。

3月15日12時40分
・ポータルサイトシステム復旧
学務課が運用を担当し，サーバ管理を情報センターで行っていた「ポータルサイト」システムは，復電後もデータベースサーバで障害が発生し，稼働していなかった。午前中に保守業者の作業員が本学に到着し，作業を行った結果復旧することができた。この業者は地震発生後初めて本学で復旧作業を実施していただいた業者となった。

3月16日10時13分
・メールサーバの起動
ファイルサーバの障害表示などで起動を見合わせていた，電子メールサーバを起動した。動作を確認したところ，新規メールの作成と送信はできたが，メールの受信ができなかった。メールフィルタの動作状態を確認したところ，既に起動していたアプライアンス機器であるメールフィルタが受信していたメールの転送キューが溜まっており，処理に時間がかかり遅延が発生していることが原因であった。

3月16日10時31分
・Webメールシステムの起動
本学のWebメールサーバを起動させた。

3月16日10時40分
・Webメールシステムの動作確認
Webメールサーバの機構により，本学Webメールシステムが稼働していることを確認した。学内および学外，モバイル端末からも動作確認ができた。

3月16日10時45分
・アンチウィルスソフト配布・管理システム起動
学内へのアンチウィルスソフト配布・管理システムのサーバを起動させた。

3月16日11時30分
・メールシステムの稼働を報告
本学の電子メールシステムが再稼働したことを，「災害対策本部」に報告した。
また，IPSの正常動作を確認した。

3月16日13時10分
・学内メールシステムの稼働を学内周知
メールの配送遅延も収束しつつあったため，電子メールおよびWebメールが利用可能になったことを，学内に周知した。
メールシステムの復旧に関する要望が，多く寄せられていたため，多くの教職員から感謝のメッセージが寄せられた。

3月16日13時49分
・メールの遅延の解消を確認
電子メールシステムの復旧時から発生していたメー

ル配送の遅延が解消され，通常時のメールの転送キューの状態になった。

3 月 16 日 16 時

・学内 LAN の機器の動作確認

学内の各建物の復電も進み，建物内の学内 LAN のスイッチなどの機器も動作を開始していた。出勤していた教員などの手も借り，それらの機器の動作確認をすすめていたが，再起動した機器に不具合は発生していないようであった。

自営の光ファイバー回線で接続されている，長町キャンパスとの接続も既に確認されており，光ファイバーは今回の地震でも切断されることはなかった。後日保守業者の点検により，改めて破損がないことが確認されたが，一部ケーブルのカバーがずれているところがあることが判明している。

また，演習室の端末群の状況も，出勤してきた演習室担当者により進められ，多くの端末でディスプレイの落下やキーボードの破損，一部書画カメラの破損が確認された。これらは後日保守業者の厚意により，無償で修理対応をしていただいた。

3 月 17 日 9 時 48 分

・ファイルサーバの障害対応

障害が表示されており，片系運用をしているファイルサーバについて，保守業者の担当者から連絡があった。指示に従い障害の情報収集を進めた。

3 月 17 日 11 時 54 分

・ファイルサーバ情報収集開始

障害が発生していた，ファイルサーバの情報を収集し保守業者に送付するため，業者担当者と連携し作業を進めた。

3 月 17 日 15 時 8 分

・NTP/CA 局サーバ起動

停止していたNTP と学内CA 局を兼用しているサーバの起動を実施し，動作を確認した。

以前に，NTP サーバの時刻のズレにより，メールサーバに障害が発生したことがあったため，NTP サーバの時刻と他のサーバとの時刻の差を確認し，慎重に行った。

3 月 17 日 17 時 27 分

・臨時ホームページモバイル版開設

本学教員により，大学の臨時ホームページのモバイル版が開設された。このサイトは 3 月 28 日まで公開された。

3 月 17 日

・事務系情報システムの稼働

教務・学生・就職システム，財務や総務，会計の情報システムを起動し，稼働を確認した。各システムの担当者，および会計システムについては納入業者が立会のもと実施された。

3 月 18 日午前中

・8 号館電源復旧

情報センターの事務室がある，8 号館の電源が復旧した。これまで，情報センターの活動拠点としていた 1 号館サーバ室から，徐々に 8 号館へと機能を戻してくこととなった。

8 号館は他の建物に比べ，地震による揺れも小さかったようで，地震による被害は比較的少なかった。このため，電源が復旧したことにより，業務用ファイルサーバの稼働などにより，情報センターの機能が大幅に回復した。

また，学内 LAN およびインターネット接続が可能な無線 LAN システムを構築した。無線 LAN 接続サービスを開始したが，既に学内のほとんどの建物で電力が復電していたため，使用されなかった。

3 月 18 日 15 時 13 分

・一番町ロビーでのメール受信確認

仙台市街地にある「一番町ロビー」において，メールが受信できたことを確認した。

3 月 18 日 15 時 33 分

・機器管理システム再起動

一部障害が発生していた，基盤情報システムなどを統合管理するシステムが再稼働した。これにより，学内の主なサーバ，ネットワーク機器の稼働状態のリモート監視が可能となった。

3 月 22 日 10 時 27 分

・5 号館で不具合発生

八木山キャンパスの 5 号館の 1F でネットワークに

接続できない障害が発生した。原因を調査したところ，節電のためスイッチングハブが接続されていたブレーカーを落としたためであることがわかった。節電のため，ブレーカーを落としたことによる，ネットワーク機器の停止がこれ以降学内各所で度々発生した。

3月23日10時

・学内向けWebサーバ起動

学内からのみ閲覧可能なWebサイトのサーバを起動させた。このサービスは，ポータルサイトなどでの情報発信が可能であったため，優先順位を下げていた。

あわせて，ウィルス対策ソフト配布・管理サーバの負荷分散用の2台のサーバを起動した。

3月23日

・学外の本学Webサイトのミラーの削除

サーバが安定稼働したと判断し，学外のWebサイト公開サービスを利用して公開していた，本学Webサイトのミラーサイトの運用を停止した。

3月29日10時から

・未起動機器，サーバ群の起動

冗長化されたシステムで，稼働させていなかった機器やサーバ群（学外向けWebサーバ，ウェブメールサーバ，ウェブフィルタサーバ，学内向けWebサーバ，メールサーバ）を順次起動させた。また，サービスを停止していた残りの機器やサーバ群（syslogサーバ，AD認証サーバ，Backupサーバ）も順次起動させた。

3月29日14時30分

・認証機器の障害復旧

起動させた後障害が発生していた認証機器について，メーカーに問い合わせをし，再起動することにより正常動作を確認した。

3月29日15時30分

・認証機器動作確認および基盤情報システムの復旧終了

最後まで残っていた認証機器の全台動作を確認し，全ての基盤情報システムの動作が確認でき，復旧作業が終了した。

4月4日16時8分

・本学Webサイトの通常運用開始

臨時ホームページとしていた，学外向けの大学Webサイトのコンテンツを，通常運用のものに戻した。

4月7日23時32分頃

・最大震度6強の余震発生

この余震により，仙台市内で停電が起こり，本学も停電となった。翌日復電し，本学の基盤情報システムなども無事復旧した。

5.　東日本大震災による本学への影響の考察

東日本大震災よる本学への影響は非常に大きく，多種多様に渡るが，情報システムへの影響は次の3つが大きいと考えられる。

(1)　地震の揺れによる建物，建物内の物への被害
(2)　停電による電力の停止
(3)　交通麻痺による，教職員の通勤困難

(1)の「地震の揺れによる建物，建物内の物への被害」については，幸い本学の主要な情報システムを収納している八木山キャンパス1号館のサーバ室と，情報センターがある8号館での被害は少なかった。8号館の演習室での端末のディスプレイやキーボードなどの被害はあったが，1号館と8号館のサーバラックは大きくても20 cm程度の移動だけであり，元の位置に戻すだけであった。予想された，ケーブルの断線やサーバ等機器の破損はなく，システムの復旧の妨げとなる被害は発生しなかった。

しかし，八木山キャンパス3号館の5Fの研究室にあった19インチサーバラックは，耐震補強で床面とボルト固定したため，倒壊は免れたがラックの鉄骨が破断して一部落下するほど壊れている（図3）。これは，5Fという高所に設置してあったことと，床面とボルト固定していたことが原因と考えられる。1号館のサーバ室内にはボルト固定してあったラックもあったが，1Fのため揺れも5Fほど大きくなかったと思われる。

(2)の「停電による電力の停止」は，サーバや機器の停止を起こすが，UPSの設置により安全な停止が行えれば，機器が故障することはないと考えられる。今回は停電後にサーバ室のブレーカーを落とさなかっ

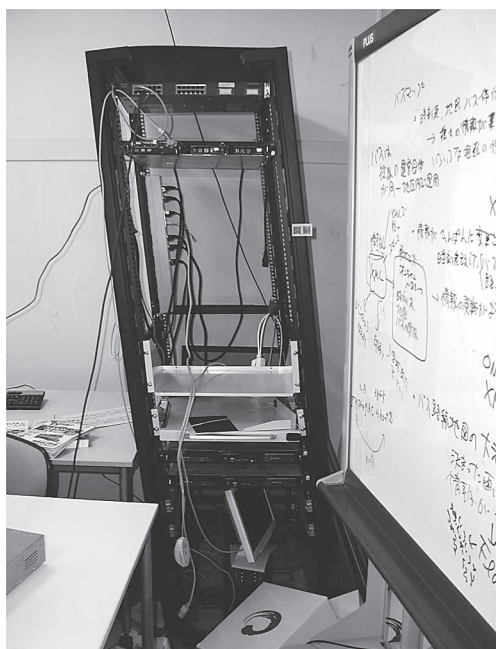



図３　八木山キャンパス３号館 5F にあったサーバラックの破損状況

たため，復電と同時にアプライアンス機器を中心に起動してしまった。システムの起動時には，機器の起動順が設定されているため，同時に起動してしまったことによる障害が危惧された。障害の原因は明らかにならなかったが，一部の機器でエラー表示や不具合が発生した機器があったのは，起動順が原因になっていた場合も考えられる。今回は，すべての障害がシステム再起動などで回復し，システムの運用に大きな障害とならなかったことは幸いであった。

また，本学のサーバ室には窓が無いため，停電による電灯の停止によって，サーバ室内が真っ暗になり作業が困難となってしまった。非常灯が点灯しても今回のような長時間の停電では，その電源も尽きてしまうため復電するまで，詳細な状況確認ができなかった。

今回は東北地方では実施されなかったが，輪番計画停電による再停電が発生していたら，その都度システムの停止と再起動を実施する必要があり，担当者の負担が大きく増えていたと考えられる。特に大災害では交通機関の混乱や停止により通勤手段が限られ，担当者の勤務時間が限られてしまうと，対応が難しくなっていたと思われる。システムの停止をせずに停電となり，機器に障害が発生する恐れも考えられる。

⑶ の「交通麻痺による，教職員の通勤困難」は，前述したように，通勤手段が限られてしまうと担当者の復旧作業時間の制約や，通勤不可能な者がいた場合には復旧要員の不足が懸念される。今回は本学の担当者は，地震発生直後数日はオートバイで出勤できていたため，復旧の初動時にはいち早く作業を開始することができた。このことは，本学の Web サイトを含めシステムの復旧がいち早くなされた大きな要因となった。燃料が尽きると，担当者は朝夕一運行のみのバスで通勤することになり，作業時間が大きく制約されることとなった。

6. 機器の片系運転による復旧

本学の基盤情報システムの機器やサーバはほとんどが２台以上の冗長構成をとっている。今回の基盤情報システムの機器の復旧時には，まず片系でのサービス提供を行い，全ての機器，サーバで冗長構成も含めて復旧したのは３月 29 日である。これは，復旧を担当した情報センターの教員の判断によるものであるが，以下のような経緯からこのような処置をとった。

インターネット接続も復旧し，WWW で情報収集を行い，東北地方も輪番停電が計画されていることがわかった。基盤情報システムの復旧を担当していた情報センターの教員と職員は，通常は自動車で一時間弱の時間をかけて通勤しており，地震発生後はオートバイで通勤していた。未だに，交通機関は混乱し，ガソリンの入手も困難であったため，オートバイでの通勤も今後は難しくなっていた。本数が少なくなっていたバスによる通勤では，計画停電が実施されると，電力停止にあわせてサーバ等の停止・起動作業を行うことは困難と判断した。また，学内の被害状況はまだ全貌が明らかになっておらず，余震も発生し電力供給も不安定な状態であったため，また停電が起こることが予想された。さらに，動作している機器に障害が発生しても，メーカーや保守業者からの支援はしばらく受けられない状況であった。

そこで，基盤情報システムの中で冗長化されている機器については，当面片系だけでの運用を行うこととした。急な停電等による障害発生時には，停止させていた機器を動作させ，サービスの停止を最小にするとともに，機器の故障による長期間のサービスの停止を防ぐことにした。

また，メールサーバの起動が3月16日とWebサーバに比べて2日遅れているが，次の理由により慎重に起動させたことによる。

(1)　メールシステムはWebサーバなどに比べ関係するサーバ数も多く複雑な冗長構成をしていたため，壊れてしまうと再構築や代替サーバの構築に時間がかかるため。
(2)　既にインターネット接続が復旧していたため，学外のメールサービスを利用することができたこと。

結果としてサーバなどを再起動させた後に，大きな不具合の発生はなかったが，片系運転としたことにより作業を実施するときの精神的な負担が大きく減少することとなった。

7.　臨時ホームページ

本学の通常のホームページのWebサイトでは，トップページだけで約1.6 MBの容量がある。地震後は電力や通信インフラが不安定であり，Webサイト閲覧機器も携帯電話やスマートフォンなどのモバイル端末が多く用いられると考えられた。実際に，停電時はパソコンを起動させることも，プロバイダへの接続もできないため，携帯電話によるWebサイト閲覧や電子メールの利用しかできなかった。通常サイトのトップページは，ファイル容量とともに情報量が多く，普段の情報は非常時には不要であり，モバイル端末からは十分に閲覧できないページであった。

そこで臨時ホームページでは，次の点に考慮したWebサイトとした。

・軽いWebサイトとする。
・単一ファイル（index.html）の書き換えだけで済むようにする。
・HTMLが得意でない担当者でもアップデートできるようにし，継続的に内容を更新できる仕組みを作る。
・PC，携帯電話等，どんな端末からでも同じようにコンテンツを読めるようにする
・安否確認情報をできるだけ収集しやすくする

また，臨時ホームページでは以下の情報に絞り発信することにした。

・大学の状況

東北工業大学臨時ホームページ

東北工業大学の学生諸君

大学の状況と当面の予定をお知らせします。

1. キャンパスの状況

八木山・長町両キャンパスとも一部を除いて使用可能です。

2. 安否は大学までお知らせください。

3. 今後の予定は逐次この　東北工業大学臨時ホームページ　でお知らせします。

東北工業大学教職員の皆様

大学の現在の動き

図4　公開されていた本学臨時ホームページ

・大学ミラーサイトの URL
・安否確認先メールアドレスとその QR コード
・大学の電話番号（モバイル端末では，リンクをクリックすることで電話がかけられる）

実際に公開されていた臨時ホームページを図 4 に示す。この html ファイルは 8.6 KB の容量で，基本的な html タグのみを使用し実際にモバイル端末でアクセスできることを確認してから公開した。また，html 文書内に，コメントタグを多用し Web サーバの専門知識がない人でも，Web ページの更新が行えるようにした。臨時ホームページ更新専用のノート PC を用意し，Web サーバへのアップロード方法を簡潔に明記した説明書と共に，サーバ室の隣室に設置した。

学内の紙による掲示にも印刷してそのまま使えることも考慮して Web ページを作成し，紙で出力したものを学内各所に掲示した。情報を統一して公開する点で有効であったと思われる。また，学内に避難していた学生が，QR コードを読み込んで安否情報を伝えて来ることもあった。

8. まとめ

東日本大震災に対する，本学の基盤情報システムへの対応は，これまで経験したことのない状況の中で行われた。災害時の情報システムの復旧や対応については，事前に対策や訓練は全くしておらず，全てにおいてその場で判断して対応することとなった。情報センターの教員が，企業との共同研究で地震に関連する研究を実施していたため，震災後の対応について多少知見があったことは幸いであった。簡易 Web サイトによる臨時ホームページや学外のメールサービスによる対応などは，他学からも評価されており，実際非常に有効であった。

なにより，情報センターとして大学内に一定以上の情報システム運用の技術力を持った人材がいたことが，本学における迅速な震災対応が可能であった最も重要な要因である。大震災発生直後は，情報システムの保守業者は，他のもっと重要な社会インフラの復旧作業を優先させたり交通の混乱などで，本学まで作業員を派遣することが難しい状況であった。そのため，業者の到着を待たずに，携帯電話などで被災地から離れた業者の担当者から情報を入手しながら，復旧作業を行える要員が学内に存在したことが，迅速な情報システムの復旧には必要不可欠であった。

本論文を書くにあたり資料の提供をしていただき，また震災後の混乱の中，業務遂行にご尽力頂いた 齋藤 建二氏，尾上 智宏氏，渡邊 一智氏，早川 修司氏をはじめとした，教職員，関係者の方々に深く感謝いたします。

最後に，東日本大震災により犠牲となられた方々には哀悼の意を表すとともに，被災された方々にはお見舞い申し上げます。

参考文献

1) 気象庁：「平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震」について（第 15 報），気象庁報道発表資料，2011.3.
2) 神山　眞：2011 年東北地方太平洋沖地震における東北工業大学アレー強震観測システム Small-Titan による強震記録について（速報 Ver. 1），地盤工学会東北支部，2011.4.
3) 東北学術研究インターネットコミュニティ：TOPIC，http://www.topic.ad.jp/ .
4) 国立情報学研究所：Science Information Network—SINET3（学術情報ネットワーク，サイネット・スリー），http://www.sinet.ad.jp/ .

ゲームにおけるモンテカルロ法の応用に関する研究

高　橋　龍　正*・水　野　　尚**

Application of Monte Carlo Method in Game

Tatsumasa TAKAHASHI and Hisashi MIZUNO

Abstract

Power of the computer in the game of “GO” has increased rapidly by the appearance of Monte-Carlo Tree Search which was proposed in 2006[1]．However, the Monte-Carlo Tree Search has not been verified to attain good results in other games.

In this paper, a “Connect 4-3D” computer program based on Monte-Carlo method（UCB1 [1] is applied）is implemented and is played against existing computer program based on MINI-MAX method.　The results of simulation has showed that our computer program has better performance than existing computer program in the game of “Connect4-3D”.

1.　は じ め に

2006年，今まで弱いと言われてきたコンピュータ囲碁を飛躍的に進化させたアルゴリズム「モンテカルロ木探索」が提案された［1］。

それまで，コンピュータ囲碁は探索空間が広すぎ，また，その時点での最善手が全体的な最善手とならない，次に打つ場所に評価を付けにくいことから評価関数を作ることが難しく，強いアルゴリズムを作り出すことができなかった。

そのため，コンピュータ囲碁の強さはせいぜいアマ3級程度と言われており，アマトップレベルと言われている将棋などの他のゲームに比べ強さが劣っていた。

モンテカルロ法によるコンピュータ囲碁の研究は比較的古くからあり，乱数を用いてゲームを終局までプレイ（プレイアウト）し，その結果から局面を判断するというものであった。評価関数を作る必要はないという利点はあったものの，正解の手が少ないと正解の手を打つ確率が低い，相手のミスを期待するといった問題点があり，効果的な成果は出なかった。しかし，このモンテカルロ法に木探索を組み合わせることによって，これらの問題を改善するアルゴリズム「モンテカルロ木探索」が提案された。

モンテカルロ木探索の登場により，これまで弱いと言われてきたコンピュータ囲碁は9路盤において，プロ5段にハンデ無しで勝利をするという快挙を成し遂げた。

これを機に，多くのプログラムがモンテカルロ木探索を採用するようになり，機械学習の分野でも研究されるようになってきた。他のゲームにおいても，モンテカルロ木探索を応用しようという動きがある。しかし，まだ発展途上である。

著者らは，「立体四目並べゲーム」のアルゴリズムについて研究を行ってきた。この立体四目並べゲームにはMINI-MAX法というアルゴリズムが使われているが，その強さは相手に慣れられてしまうと簡単に負けてしまうレベルである。

本論文は，立体四目並べゲームにUCB1［1］を適用したモンテカルロ法「モンテカルロ法（UCB1)」を適用することによって，強さが改善されるかどうかを調べ，その有効性を検証するものである。

2011年10月21日受理
* 大学院通信工学専攻
** 情報通信工学科　教授

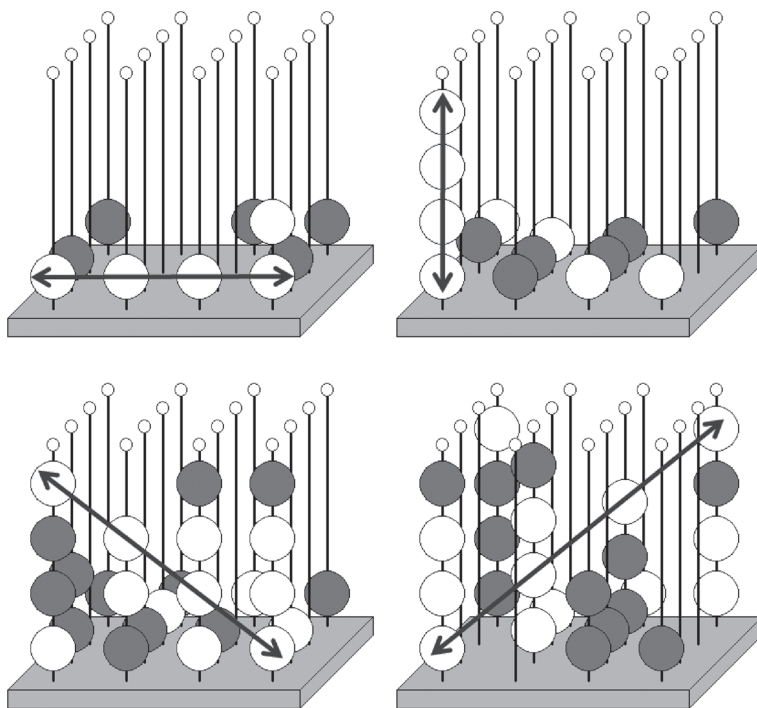



図-1　立体四目並べのパターン例

2.　立体四目並べゲーム

まず，立体四目並べゲームについて説明する。これは4×4の盤上に交互にコマを置いていき縦，横，斜め等，先に同じコマを4個直線状に並べたものが勝ちという四目並べゲームを3次元にしたものである。高さが追加されたことによって，図-1のように直線状に並べるパターンも増え，戦略性が増している。

3.　MINI-MAX法

比較対象となる，MINI-MAX法について説明しておく。ゲームにおいて，なんらかの方法で打つ場所に評価値を決め，自分の手の場合は自分にとって有利な手の評価値（最大値）を選択，相手の手の場合は自分にとって不利な手の評価値（最小値）を選択するものと考えて，数手先から評価値を繰り上げていくことによって，次に打つ手を決定する方法である。

図-2を用いて，3手先読みの場合を例にとって考える。評価値を見てみると，自分にとって有利な手（最大値）は「9」に見える。しかし，探索すると実際は違う値になる。

自分aはbかcの手を選択可能である。bを選ぶと相手はdとeのどちらかを選ぶ。相手がdを選ぶと自分は評価値「2, 4, 6」の中で最大値を選ぶので，dに返す値は「6」となる（図-3）。

残りのe, f, gにおいても同様にして値を選択する。選択を終えたものが図-4である。

次のb, cの値を考える。b, cは相手の手だから，自分にとって不利な手を選んでくるので，図-5のようにbは「6」，cは「5」となる。

aの候補は「6, 5」の2つとなり，自分の手番だから最大値を選択するので，最終的な評価値は「6」となる（図-6）。

4.　*αβ* カット

MINI-MAX法において，探索を効率化する方法に *αβ* カットがある。図-7を用いて説明する。

図-7において×印が付いているところは探索をカットできる。まず，eの部分のカットについて考える。dの値が「6」に決定し，eの探索に入る。このと

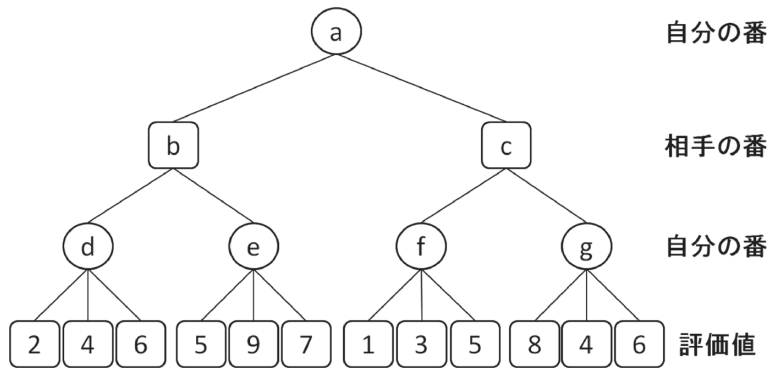



図-2　MINI-MAX 例

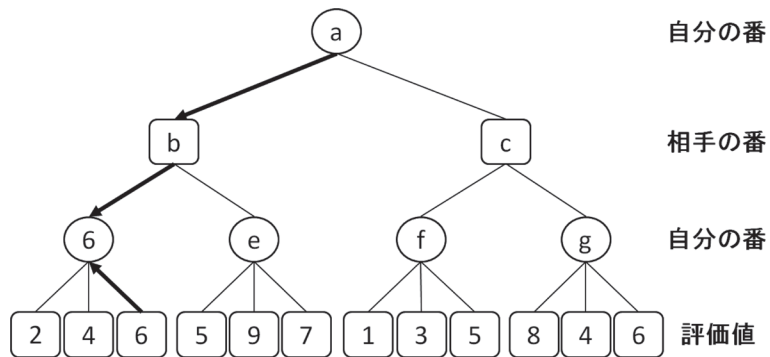



図-3　a → b → d の探索

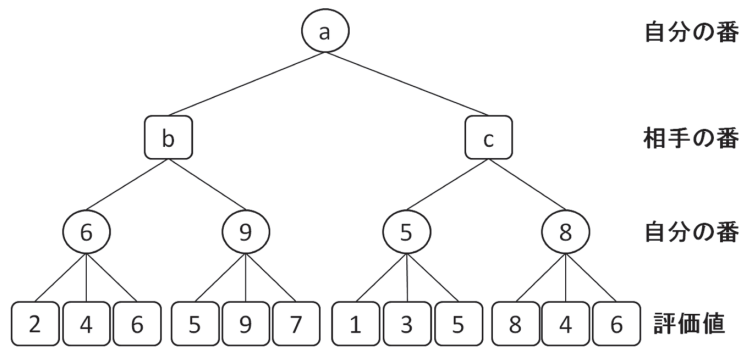



図-4　d, e, f, g の探索結果

き，e の値が「9」に探索した時点で e の候補値が「9」以上になることが確定し，b において最小値を選ぶことから,「6」が選ばれ e が選択されることはなくなる。このことから「7」への探索がカットできる。つまり，e を探索する際に d の評価値より大きくなった時点で探索をカットできる。このときの d の評価値（基準値）を β 値といい，この枝刈りを β カットという。

また，c におけるカットについてだが，b が「6」，f が「5」の時点まで探索したとする。c が最小値を選択することから，f が「5」に決まった時点で，c が「5」

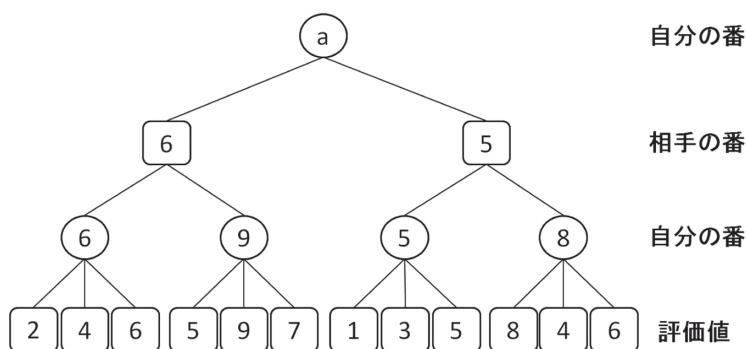



図-5　b, c の探索結果

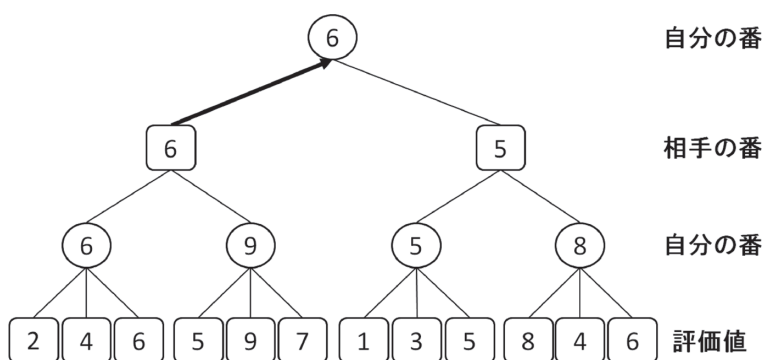



図-6　最終的な探索結果

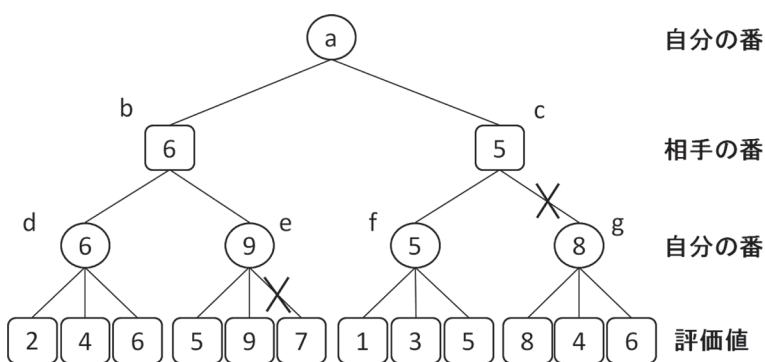



図-7　$\alpha\beta$ カット

以上になることはない。c において g が選択されるためには g が「5」以下の値をとる必要がある。

a は最大値を選択するので c が「5」以下になる以上，b の「6」が選択され c が選ばれることはない。このときの基準値を α 値，この枝刈りを α カットという。

5.　モンテカルロ法

モンテカルロ法は，終局後の状態から局面の評価を行う方法で評価関数を作らなくてもよいというメリットがある。合法手の中からランダムに選択して打ち，

それを繰り返して終局までプレイする（プレイアウト）。終局後に勝敗をカウントし，プレイアウトを繰り返した最終的な結果から勝率が最も高い手を選択する。

モンテカルロ木探索は，モンテカルロ法に木探索を組み合わせ有利な手ほど多くプレイアウトをして，プレイアウト数が閾値を越えたら木が成長するという変更を加えたものである。

さらに，プレイアウトで返す値は勝ちが「1」，負けが「0」で，勝率を最大化するようプレイするという工夫が必要である。

モンテカルロ木探索の理論的背景には，Multi-Armed Bandit 問題（以下 MAB）[1]がある。MAB とは，たくさんあるスロットマシンの中で，限られたコインの枚数で，どの台にどのくらいつぎ込むことで最大の利益を得ることができるかという問題である。

これに関しては，最善の策が発見されている。しかし，計算量が膨大で非実用的である。その代わりとなる，計算量が少なく優秀な手法として，UCB1（Upper Confidence bound）[1] という考え方がある。

これは，コインを大量に投入したがハズレばかりの手は切り離し，少量のコインを投入してハズレた場合は運が悪かっただけかもしれないと判断し見捨てずにプレイアウトを続けるというものである。これには報酬に対する計算式があり，以下のようになる。

$$\overline{X}_j + c\sqrt{\frac{2\log n}{n_j}} \tag{1}$$

$\overline{X_j}$：j 番目のマシンの報酬（勝率 w_j/n_j）の平均値（w_j は j 番目のマシンの勝ち数）
n：それまでに投入したコインの合計枚数
n_j：j 番目のマシンに投入したコインの数
c：アルゴリズムの性格を決める定数

c はあるマシンの探索されやすさ，ある手の探索回数による影響度に関係する。値については実際に実験して決める。

UCB1 を木探索に応用したのが UCT（UCB applied to Tree）である。UCB1 の値が高い候補手に多くのプレイアウトを割り当て，閾値を超えたらその手を展開

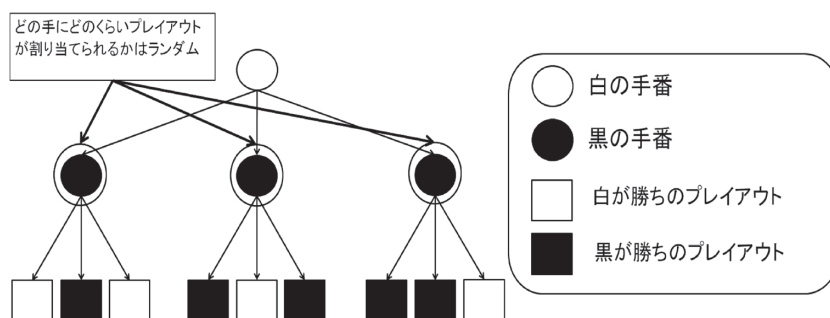



図-8　モンテカルロ法

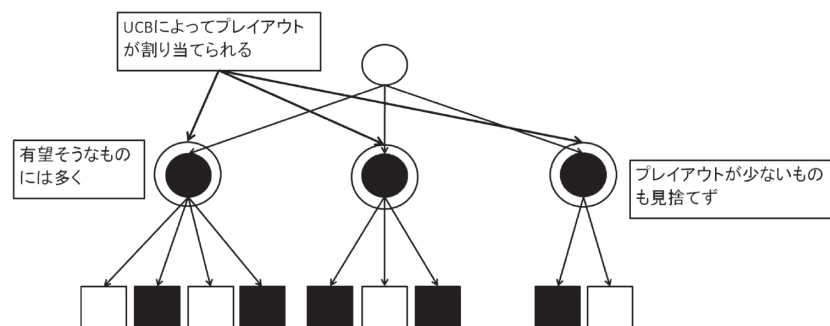



図-9　UCB1 の考え方

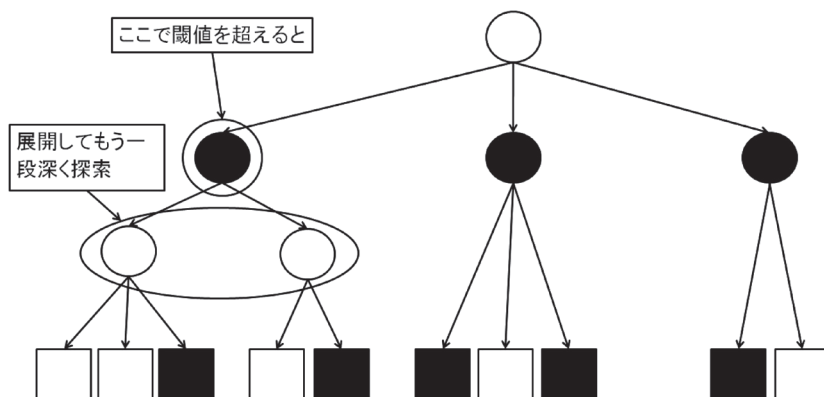



図-10　UCT の考え方

する。

探索回数が多くなると期待値に収束する。

$$\overline{X}_j + c\sqrt{\frac{2\log n}{n_j}} \rightarrow \overline{X}_j + O\left(\frac{\log n}{n}\right) \qquad (2)$$

モンテカルロ法の考え方を図-8 に，UCB1 の考え方を図-9 に，UCT の考え方を図-10 に示しておく。

モンテカルロ法は合法手の中からランダムに選択するので，どの手がどのくらいプレイアウトするかは完全にランダムである。

それに対し，UCB1 は報酬の値を計算することによって，勝てそうな手に多くのプレイアウトを割り当てたり，プレイアウト数が少ない手にもプレイアウトを割り当てるという違いがある。

UCT は，木構造において深く探索することができ，深さが 2 以上の木で，いつかは最善手に到達するという特徴がある。

6.　シミュレーション

MINI-MAX 法を適用した立体四目並べゲームのプログラムは人とコンピュータが対局するものである。これを利用して，システム等の構造はそのままに，人の手番の部分をモンテカルロ法に入れ替えることによって実現させる。最初の選択以降のプレイアウトの対局部分には，完全なランダムだと弱いので，手の選択には MINI-MAX 法の 1 手先読みに用いた評価関数を適用する。具体的には，ある局面において合法手を抽出し，それぞれ着手したと仮定し，評価値を計算する。評価値の計算には，そのマスに対しリーチとなり得るライン上に自分の駒がいくつあるか，相手の駒がいくつあるか，リーチはあるか等を数え，重みをかけた値の合計が評価値となる。実際に用いた計算式は式（3）である。

$$hm1^{*}m4 + hm2^{*}rm3 + hm3^{*}m3 + hm4^{*}m2 - hy1^{*}y4 - hy2^{*}ry3 - hy3^{*}y3 - hy4^{*}y2 \qquad (3)$$

hm1 は自分の駒が 4 つ並ぶ場合の重み（3,000），hm2 は自分がリーチになる場合の重み（998），hm3 は自分の駒がライン上に 3 つになる場合の重み（140），hm4 は自分の駒がライン上に 2 つある場合の重み（16）である。m4 は自分の駒が 4 つ並ぶ場合の個数，rm3 は自分のリーチの個数，m3 はライン上に駒が 3 つある場合の個数，m2 はライン上に駒が 2 つある場合の個数である。後半のマイナス部分は相手の場合に相当する。重みには若干の違いがあり，それぞれ順に 3,000, 900，100，8 である。

なお，今回の実験では UCB1 までを用いた。

手の選択に UCB1 を，プレイアウトの対局に評価値を用いたプログラムを「モンテカルロ法（UCB1）」と呼ぶ。

既存の MINI-MAX 法に基づいたプログラムと対戦した結果を示す。手番がランダムに選択する「モンテカルロ法（ランダム）」の結果を表-1 に，「モンテカルロ法（UCB1）」の結果を表-2 に，それぞれ示す。UCB1 の式の c の値は 2 を用いた。

モンテカルロ法のプレイアウト回数は 1,000 回である。MINI-MAX 法の先読み深さは 3 とした。5 手先，

表-1　モンテカルロ法（ランダム）のシミュレーション結果（50戦）

	勝	負	引き分け	勝率
モンテカルロ法（ランダム）　先攻	23	27	0	46.0%
モンテカルロ法（ランダム）　後攻	15	34	1	30.0%

表-2　モンテカルロ法（UCB1）のシミュレーション結果（50戦）

	勝	負	引き分け	勝率
モンテカルロ法（UCB1）　先攻	48	2	0	96.0%
モンテカルロ法（UCB1）　後攻	38	12	0	76.0%

7手先読みもあるが，これが動作するのは20手以降であり，シミュレーションを試した結果，20手以内で決着してしまうので,高速な3手先読みを採用した。試行回数は先攻50回，後攻50回である。勝ち回数，負け回数，引き分け数，勝率をカウントした。

モンテカルロ法（UCB1）のアルゴリズムの仕様については,

① UCB1の初期値を設定する。全体の試行回数が0の場合には，初期値に0を代入する。全試行回数1回以上で初めて手が選択された場合には,

$$c\sqrt{2\log n*1000} \tag{4}$$

の値を入れる[2)]。全試行回数，その手の試行回数が1回以上の場合にはUCB1の式（1）を用いる。

② プレイアウトを行い，全体の試行回数，その手の試行回数，その手の勝利数を記録する。

③ プレイアウト終了後に，記録した数値を用いてUCB1値を計算する。そして，次のプレイアウトの手番選択に使用する。

④ ②，③を繰り返す。

という流れである。

7. まとめ

今回のシミュレーションで，MINI-MAX法を基礎にした既存のプログラムとUCB1を応用したモンテカルロ法を対戦させることにより，一定の効果があることが検証できた。また，モンテカルロ法のみの場合は，3手先読みのMINI-MAX法より若干劣っており，UCB1を適用した場合の方が効果的であることが確認できた。しかし，既存の立体四目並べゲームのアルゴリズムはそれほど強くはないため，UCB1を適用しても，劇的に強くなったわけではない。

今回は未実装だったUCTについて検証が必要である。

他に，プレイアウトの改良が必要であると考えられる。今回，プレイアウト中の手の選択には，既存のMINI-MAX法に使われていた評価値を用いる部分を使用した。これは，プレイアウトの「完全に決定的なプレイアウトは意味が無い」という性質に関わっていると考えられる。候補が似ている序盤ならともかく，評価値を用いるということは候補が一つに絞られてくるということだから，上記の性質に反する。プレイアウトが完全にランダムでも弱いので，それなりに考慮して,選択の幅を持たせるといった改良が必要である。

また，このようなゲームには数手前にすでに決着がついている場合があり，シミュレーションを観察する中で，そういった場面の検出ができていないことが確認された。これは，モンテカルロ木探索を含めたモンテカルロ法全般の性質の一つである，正解の手が一つだけの場合が長く続くと確率的に正解に辿り着かないという欠点にあると考えられる。改善策としては，ありがちな手は通るようにするなどがある。これにはゲームにおける深い知識が必要である。

参　考　文　献

1)　美添一樹：モンテカルロ法によるゲームAIの可能性
http://cedec.cesa.or.jp/2009/ssn_archive/pdf/sep2nd/PG90_yoshizoe.pdf
2)　imHo：Multi-Armed Bandit 問題のテスト
http://d.hatena.ne.jp/mokehehe/20081202/ucb1
3)　Sylvain Gelly, Yizao Wang, Rémi Munos, Olivier Teytaud：Modification of UCT with Patterns in Monte-Carlo Go
http://hal.inria.fr/docs/00/12/15/16/PDF/RR-6062.pdf
4)　美添一樹：コンピュータ囲碁におけるモンテカルロ法～理論編～
http://entcog.c.ooco.jp/entcog/contents/lecture/date/5-yoshizoe.pdf
5)　及川宗明：コンピュータ囲碁における教師付き学習を用いたプレイアウトの調整
http://www.is.titech.ac.jp/～sassa/lab/papers-written/09M37086-oikawa.pdf

単母音のスペクトルのローカルピークの振幅による話者認識に寄与する周波数帯域に関する実験的検討

四ノ宮　晴　彦*・古　賀　秀　昭**・佐　藤　　篤***

The Experimental Study on Frequency Band Contributing the Speaker Recognition using Spectral Amplitude of Isolated Vowels

Haruhiko SHINOMIYA, Hideaki KOGA and Atsushi SATO

Abstract

To use voice for biometrics authentication, voice frequency band which contains useful individualities is important. Frequency band having speaker individualities in spectral envelopes of isolated vowels was investigated by speaker identification rate. In speaker recognition experiments, amplitude of local log-spectral peaks was used as speech feature. Experimental results show that speaker individualities exist to mainly higher frequency band.

1. はじめに

身近なIT機器である携帯電話の情報化が進み，情報通信端末としての本体管理機能やインターネットアクセスなどにおける本人認証のためには，一般的なパスワードの他に，さらに高度なセキュリティー機能が重要である。そのためには利用者固有の情報として，身体的特徴を利用する生体認証（バイオメトリクス認証）が実用化されるようになってきている。バイオメトリクス認証は，詐称を行うことが困難で，本人を他人と判定する誤り（本人棄却率）が低いという条件を満たすことができれば優れた認証方法である。携帯電話では，指紋認証，顔認証，音声認証などさまざまなモダリティにおいて，バイオメトリクス認証を搭載した端末が最近製品化されはじめている。しかし，顔認証において内蔵カメラによる認証では照明変動への頑健性が問題となり，指紋認証では新たなデバイスの付加が必要であり，コストやサイズなどが問題となることが考えられる。携帯電話においての音声認証は，指紋認証や顔認証などに較べ，音声情報を得るために特別な付加デバイスは必要なく基本的な携帯電話の機能があれば実現が可能である［1-2］。また，音声に含まれる話者情報は声帯などの発声器官などによる声の定常的な特性や声の音色である平均基本周波数とスペクトル包絡などの静的な身体的特徴があり，また，声の時間的な変化や話し方に関係する基本周波数の変化と音韻長などの動的な身体的特徴も含むなど複合的な特徴をもっている［3］。これらのことから今後，携帯電話で音声を用いたバイオメトリクス認証の実用化が期待される。音声情報をバイオメトリクス認証に利用するためには，話者認識に有用な個人情報を多く含む音声の周波数帯域が重要となる。個人情報を含む周波数帯域について関係する研究は，早川ら［4］が電話帯域以上の音声の高域に含まれる個人情報についてもLPCケプストラムを用いた実験から，話者認識における貢献度について報告している。北村ら［5］は話者認識に寄与する周波数を，単母音のスペクトル包絡の特定の帯域を操作した聴覚実験から，音韻によらずスペクトル包絡の1,740 Hz付近に存在するピーク以

2011年10月21日受理
* 環境情報工学科　技師
** 環境情報工学科　名誉教授
*** 環境情報工学科　准教授

上の帯域が重要であることを報告している。また，小橋川ら［6］は，話者認識に有用な帯域とその帯域が声帯音源周波数，第2フォルマント周波数，副鼻腔の共振周波数に関連していることを報告している。

我々は，人間の聴覚における処理機構から，音声スペクトルのピークの周波数すなわちローカルピークに注目して音声認識の研究を行っている。音声特徴量の一つであるFFTスペクトルのローカルピークは，特に母音の認識においては有効である。ローカルピークを用いた母音認識は，スペクトルのピークを抽出するので耐雑音性があり，伝送系の周波数歪に強いという利点がある。また，音声スペクトルの特徴を少ない情報量で表すことができるなどの有利な点がある。さらに，単母音のFFT分析から得られる調波構造を含む微細なスペクトル構造から抽出した対数化スペクトルのローカルピークの振幅とその周りの振幅を用いた音声特徴量が，音声認識だけでなく話者認識にも有用であることを報告している［7-8］。本報告では，個人情報を含む周波数帯域について，連続発声音声で調べるのが望ましいが，日本語に多く含まれて個人性が顕著に現れる母音［5］について実験を行った。実験は，単独発声した5母音を用いて，単母音のスペクトルのローカルピークの振幅を用いた音声特徴量を使用した話者認識実験を行い，携帯電話の通話帯域（300～3,400 Hz）［9］を含む236～4,238 Hzの周波数帯域で，どの周波数帯域が話者認識に寄与しているかを話者識別率から調べたので報告する。

2. 実験方法

2-1. 音声資料

認識実験に使用した単母音の音声資料を表-1に示す。20歳代から70歳代の男女各60名，計120名が大学内の静穏な環境の実験室で，5母音をランダムな順序で各10回ずつ発声し収録したものを，ローパスフィルタに通した後，サンプリング周波数12 kHz，分解能12 bitでA/D変換した波形から，視察で1,536点切り出した。分析の際にはこのデータから512点を1フレーム（42.7 ms）として重複なしで3フレームを用いた。

表-1 音声資料

単母音（Isolated vowels）	
資料情報	20～70歳代の 男女合計120名
LPF遮断周波数	4.5 kHz
サンプリング周波数	12 kHz
分解能	12 bit
切り出し	1,536点
1フレーム	512点（データ重複なし）
母音数	9,000個（男女各々）

2-2. 認識法

話者認識実験では，話者モデルとなる標準パターンは母音毎に男女各60名の標準パターンを作成した。話者識別の入力音声は/a/, /o/, /u/, /i/, /e/の5母音の中から1母音を使用した。

また，話者識別は次のようなBAYES決定法で行った。すなわち，対数尤度 LS_k は，

$$LS_k = -(1/2)\left\{n \cdot \log(2\pi) + \log\left|\sum{}_k\right| + (X-\mu_k)^t \sum{}_k^{-1}(X-\mu_k)\right\}$$

であり，この対数尤度 LS_k が最大であるカテゴリ k が認識結果となる。ここで

X: 特徴量の入力データ
k: カテゴリで120人の個人
μ: 平均値
Σ: 共分散行列
n: 特徴量の次元数（=25） である。

2-3. 音声特徴量の抽出法

音声特徴量であるスペクトルの振幅抽出過程を図-1に示す。FFT分析での特徴量の抽出は，① 音声データを読み込む。② 時間窓処理を行う。③ FFTを行い，対数化スペクトルを求める。④ 声帯波音源特性の正規化のため，最小二乗近似直線（LSFL：Least Square Fit Line）を引く。⑤ 最小二乗近似直線の上部に出るスペクトルピークの振幅を抽出し，最小二乗近似直線より下を0とする。⑥ 25チャンネルのBPF帯域（中心周波数250～4,000 Hz，1/6 oct.間隔，1/6 oct.幅）にスペクトルを割り当て，バンド内の最大振幅を抽出することにより情報圧縮を行う。以上の方法によってスペクトルの振幅情報の抽出を行った。図-2に，LSFLを基準線とした場合のスペクトルの関係を示した。このようにして25チャンネルに情報圧縮を行った振幅情報は，チャンネル内にLSFLより上にスペク

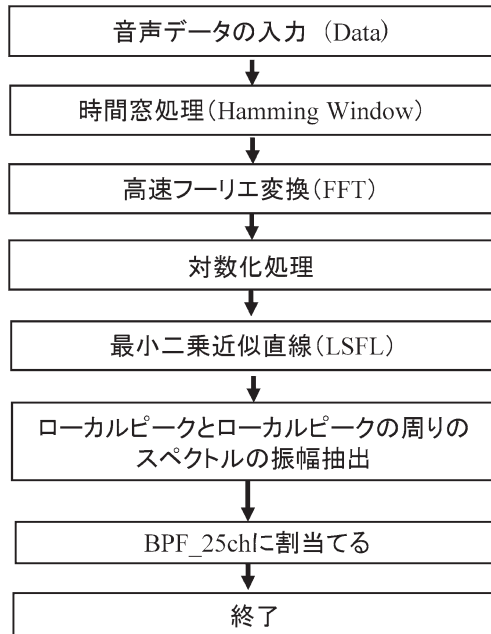



図-1　スペクトルの振幅抽出過程

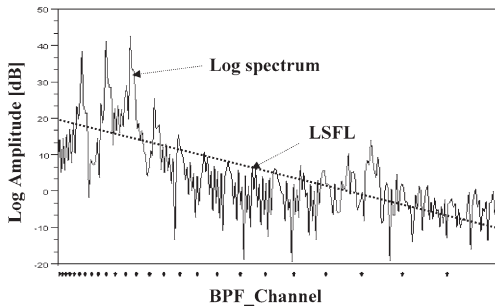



図-2　LSFL を基準線とした場合のスペクトル

トルが連続して存在しないこともある。したがって，{0} の連続となる場合があるので微小な乱数（0.0/1,024〜1.0/1,024）を加えて，BAYES 決定法で認識を行う。

2-4.　BPF の帯域と中心周波数

表-2 に BPF のチャンネルナンバーと中心周波数の関係を示した。スペクトルを低域 250 Hz（中心周波数）から高域 4,000 Hz（中心周波数）の 25 チャンネルの BPF（1/6 oct. 間隔，1/6 oct. 幅）に割当てた。従来から母音認識実験で使用していた BPF と同様の周波数帯域を話者認識実験でも使用した。

表-2　1/6 オクターブバンドの中心周波数

Channel No.	中心周波数［Hz］	Channel No.	中心周波数［Hz］
1	250	14	1,122
2	281	15	1,260
3	315	16	1,414
4	354	17	1,587
5	397	18	1,782
6	445	19	2,000
7	500	20	2,245
8	561	21	2,520
9	630	22	2,828
10	707	23	3,175
11	794	24	3,564
12	891	25	4,000
13	1,000	-	-

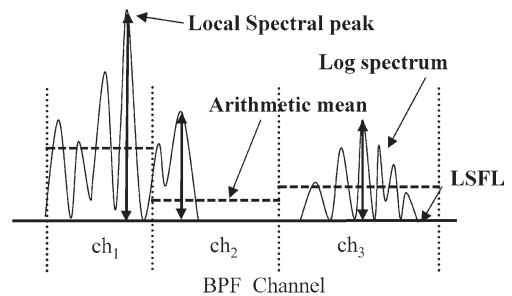



図-3　スペクトルの振幅の最大値と平均値

2-5.　スペクトルの振幅の最大値と平均値

音声特徴量としてチャンネル内のスペクトルの振幅の最大値ではなく平均値を使う方法も考えられる。どちらが話者認識に適しているのか，スペクトルの最大値を使用した場合と平均値を使用した場合を識別率で比較した。図-3 にチャンネル内のスペクトルの振幅の最大値と平均値を模式図で示した。スペクトルの振幅のチャンネル内での最大のスペクトルの振幅を抽出する。また，スペクトルの平均値はチャンネル内のスペクトルの振幅の相加平均（arithmetic mean）とした。実験の結果を表-3 に示す。スペクトルの振幅の最大値を用いた話者認識がスペクトルの平均値を用いた場合より識別率が良い結果となった。したがって，話者認識実験ではチャンネル内のスペクトルの振幅の最大値を使用して実験を行った。

表-3　スペクトルの振幅の最大値と平均値を用いたときの話者識別率の比較

	/a/	/o/	/u/	/i/	/e/
最大値	95.83	90.81	99.17	97.50	100
平均値	87.50	80.81	93.33	94.17	98.33

単位：%

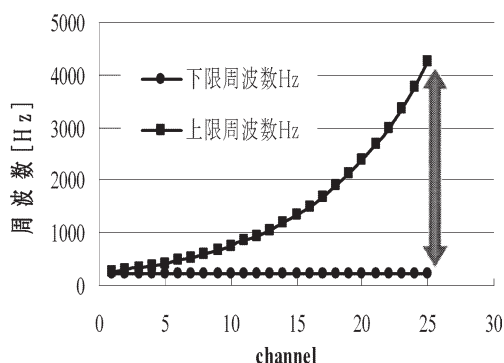



図-4　チャンネルと周波数帯域の関係

図-5　男声話者識別率と帯域幅の関係

図-6　女声話者識別率と帯域幅の関係

図-7　男声女声混合識別率と帯域幅の関係

3.　実験結果

3-1.　周波数帯域を広げた場合の話者識別率

話者識別率と帯域の関係を調べるために，帯域を広げた場合の話者識別率について調べた。実験は，図-4に示すように1～25chの25個の周波数帯域を周波数の高い方へチャンネル数を増やして行った。図-5と図-6に男声と女声の男女別の認識結果を示す。男声の母音/o/による認識結果は他の母音と比較すると識別率が中心周波数1,414 Hz（16ch）あたりから他の母音と比較して低い値を示しているが，この原因は実験に用いた男声のデータセットに原因があると思われる。図-7には男女混合の認識結果を示した。チャンネル数が増える（帯域幅が広がる）に従って識別率が向上するが中心周波数2,245 Hz（20ch）以上では識別率の向上が飽和する。この時の識別率は5母音の平均で93.2%であり，最終的には25チャンネル（全帯域）を使用した時は，5母音平均で識別率は97.0%である。実際に話者認識を実用化する場合は，男性，女性が混在する場合が一般的であると想定されるので，話者認識実験は男声女声混合で行うこととした。

3-2.　周波数帯域を狭めた場合の話者識別率

周波数帯域を狭めた場合の話者識別率について調べた。実験は，図-8に示すように1～25chの25個の周波数帯域を周波数が高くなるに従いチャンネル数を減らして行った。図-9に認識実験結果を示す。チャンネル数を減らす（帯域幅が狭まる）に従って識別率が減少した。実験から，高域の狭い帯域のみを使用して

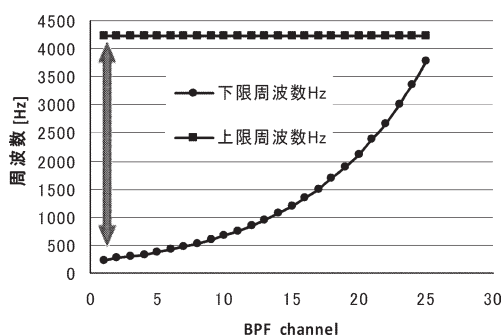



図-8　チャンネルと周波数帯域の関係

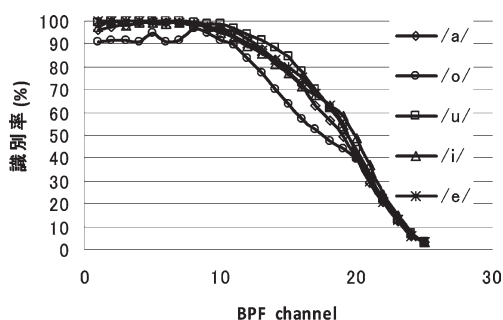



図-9　男声女声混合識別率と帯域幅の関係

図-10　スペクトルと LSFL の関係図

図-11　LSFL のレベルを変えた場合の識別率（20ch で分割した場合）

も高い話者識別率は得られないことがわかった。これは，個人情報が多く含まれると考えられる帯域のみを使用しても，母音を識別する情報が不足してしまい，結果的には誰の母音かが識別できなくなるためだと考えられる。

3-3.　話者識別率と LSFL の関係

LSFL のレベルは，スペクトルの振幅を使用する場合，ローカルピークの周りの LSFL の上部に出たスペクトルの振幅をどの範囲まで使用するかが決まるため重要である。実験では，1～25ch までを分割チャンネルとして，分割チャンネルより周波数の高い帯域の LSFL のレベルを変化させ，その時の話者識別率の変化を調べた。図-10 は，スペクトルと LSFL の関係を示している。例として分割チャンネルを 20ch として，それ以上の周波数帯域の LSFL のレベルを −10 dB から +6 dB まで変化させて話者認識実験を行なった。図-11 に，20ch で分割した場合に LSFL のレベルを変えたときの話者識別率の変化を示した。分割チャンネルを変えても同様の結果となった。これらの実験の結果から，LSFL のレベルは話者識別率にほとんど影響しないことがわかった。

3-4.　話者識別率に寄与する帯域

話者認識に使用する周波数帯域の中で，どの帯域が顕著に話者識別率に寄与しているかを調べた。実験は，25 個の帯域を周波数の低いほうから，1 つのチャンネル（1 つの帯域）のスペクトルの振幅値を 0 に置き換えて，その帯域の情報を無くすという方法で，1～25ch まで行った。実験結果を図-12 に示す。また，図-13 に，25 個の帯域を周波数の低いほうから，2 つのチャンネル（隣り合う 2 つの帯域）のスペクトルの振幅値を 0 に置き換えて，その帯域の情報を無くすという方法で，1～25ch まで行った実験結果を示す。これらのいずれの実験結果でも約 2 kHz 以上の周波数帯域が識別率に大きく影響することがわかった。

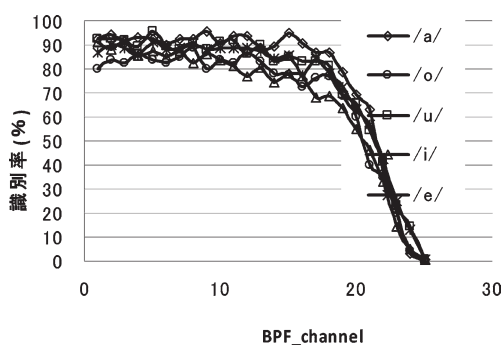



図-12 1つの帯域を0に置換した場合の識別率

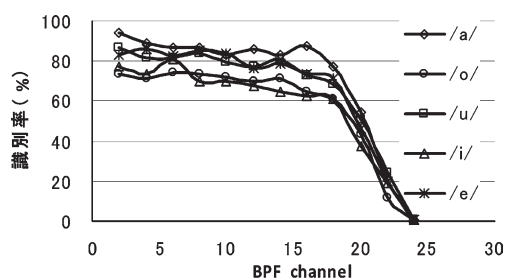
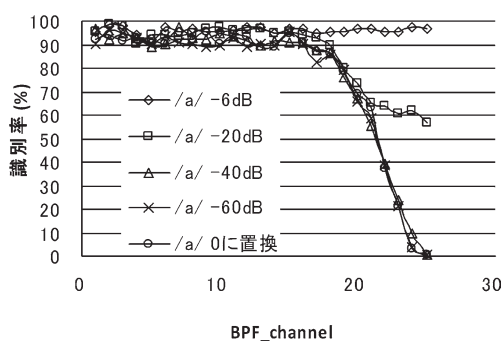
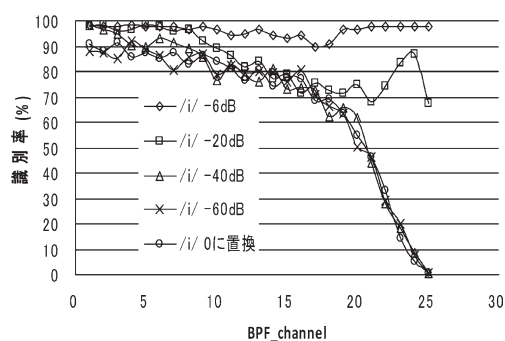
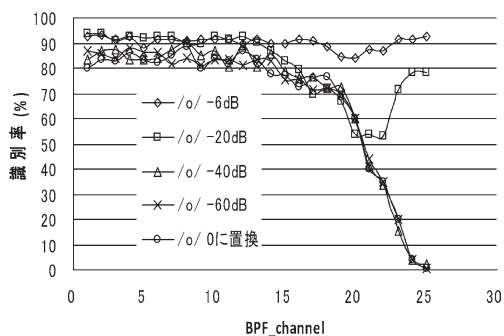
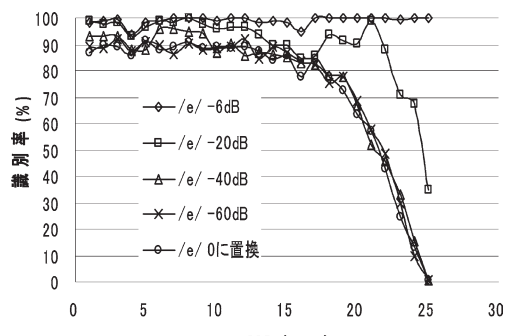
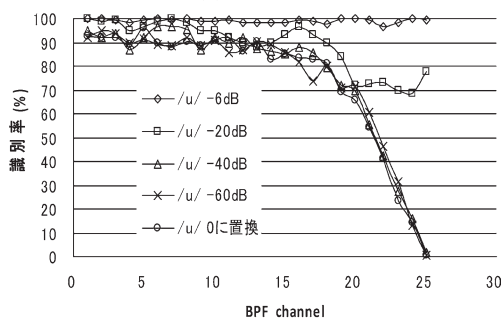



図-13 隣り合う2つの帯域を同時に0に置換した場合の識別率

(1) 母音 /a/

(2) 母音 /o/

(3) 母音 /u/

(4) 母音 /i/

(5) 母音 /e/

図-14 振幅値を変えた場合の母音における全チャンネルの識別率 (1) 母音 /a/ (2) 母音 /o/ (3) 母音 /u/ (4) 母音 /i/ (5) 母音 /e/

3-5.　帯域の振幅値を変えた場合の話者識別率

3-4 の実験では，1 チャンネルのスペクトルの振幅値を 0 に置き換えて実験を行った。さらに，1 チャンネルの振幅値の大きさが話者識別率にどのように影響するかを調べるために，振幅値を −6 dB（1/2），−20 dB（1/10），−40 dB（1/100），−60 dB（1/1,000）というように小さくしていった場合について実験を行い，話者識別率を調べた。図-14 にスペクトルの振幅値を変化させ，母音ごとの話者識別率を調べた実験結果を示す。−6 dB ではほとんど影響は受けないが，−20 dB では，話者識別率は低下するもののある程度の識別は行っている。−40 dB 以上では話者識別率は 0 に置き換えた場合とほとんど一致した。このことは 3-3 の LSFL のレベルと識別率を調べた実験で，スペクトルの振幅の大きさを変えるために LSFL のレベルを変化させ，スペクトルの振幅の最大値を変えても識別率には影響しなかった結果とも一致している。

4.　ま　と　め

単母音のスペクトルのローカルピークの振幅を用いた音声特徴量を使用した話者認識実験から，どの周波数帯域が話者認識に寄与しているかを話者識別率から調べた。実験の結果，単母音の音声スペクトルの高域に話者識別率に影響を与える個人性が多く存在する周波数帯域が確認できた。特に 2 kHz 以上の音声周波数帯域に個人性が多く存在し，話者識別率に影響を与えることがわかった。2 kHz 以下の低域の周波数帯では 1 チャンネル分の帯域のデータが喪失しても話者識別率にはほとんど影響しないことがわかった。

今後の課題として，発声時期差，騒音環境下，単母音の他に単語中母音などでも同様の検討が必要である。

参　考　文　献

1)　内田薫，“携帯電話における生体認証技術”，琉球大学総合情報処理センター広報，第 5 号，2008 年 4 月
2)　浜野裕・市野将嗣・山崎恭・鶴丸和宏・小松尚久，“話者照合機能付き携帯電話の実現に関する一検討”，信学技報 ISEC2007-96，OIS2007-68（2007-11）
3)　松井智子，古井貞熙，“話者認識研究の現状と展望”，ITE Technical Report, Vol. 20, No. 41, PP. 19-24（1996）
4)　早川昭二，板倉文忠，“音声の高域に含まれる個人性情報を用いた話者認識”，日本音響学会誌，51 巻 11 号，pp. 861-868（1995）
5)　北村達也，赤木正人，“単母音の話者識別に寄与するスペクトル包絡成分”，日本音響学会誌，53 巻 3 号，pp. 185-191（1997）
6)　小橋川美共，末廣一美，高岡創，高山泰典，西村一行，福島学，岡本壽夫，柳川博文，“挟帯域包絡線間相関を用いた話者識別における帯域と識別率の検討”，電子情報通信学会技術報告，2007
7)　四ノ宮晴彦，古賀秀昭，“単母音のスペクトルのローカルピークの振幅とその周りの振幅を用いた話者認識”，日本音響学会講演論文集，3-10-7，pp. 117-118（2009-09）
8)　四ノ宮晴彦，古賀秀昭，“単母音のスペクトルのローカルピークの振幅を用いた話者認識”，東北工業大学紀要 I：理工学編，第 30 号，pp. 107-114（2010-03）
9)　電気通信研究会，電気通信主任技術者 伝送交換設備及び設備管理，日本理工出版会（2000-2）

Zn Content Dependence of Exciton Binding Energy in $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ Multiple Quantum Wells

Chikara ONODERA*, Masaaki YOSHIDA**, Toshiyuki ONODERA*** and Tadayoshi SHOJI****

Abstract

We calculated the exciton binding energy in $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ multiple quantum wells. The calculated exciton binding energies for x=0.2, 0.3, and 0.4 are greater than the longitudinal optical phonon energy. It would expect that the exciton in $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs exists stably at room temperature. The tendencies of exciton transition energies calculated by us are consistent with the photoluminescence peak energies measured by experiments.

1. Introduction

Currently, GaN-based alloys are primary materials used for the fabrication of blue-green laser diodes (LDs).[1] However, the crystalline structure of AlGaAs-based (AlGaInP-based) semiconductors used in 780-nm (650-nm) LDs differs from that of GaN-based semiconductors used in blue LDs. On the other hand, the optical band gap of $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ strained layer superlattices (SLSs) on GaAs substrates can be tuned from green to blue by adjusting the zinc (Zn) content (x) and the well width (L_w).[2,3] Therefore, CdS-based blue LDs can be employed in combination with AlGaAs and AlGaInP LDs for the fabrication of monolithically integrated multiwavelength LDs on GaAs substrates.

Exciton binding energy in II-VI semiconductor quantum wells (QWs) is typically enhanced by a factor of 1.5-2 because of quantum confinement. Therefore, the phenomenon of radiative recombination of excitons has been exploited to enable the use of CdS-based QWs in the fabrication of blue LDs.

To determine the exciton binding energies in $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ multiple quantum wells (MQWs), we calculate the exciton binding energies as functions of L_w. Moreover, for comparison with the available experimental results, we calculate excitonic transition energy as a function of L_w in $CdS/Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs.

2. Theory

Shahzad *et al*. have reported the details of the method for calculating conduction and valence band offsets in QWs.[4] We use a model solid approach for calculating conduction and valence band offsets. Greene *et al*. have reported the details of the method for calculating binding energies in QWs.[5] We use a variational method for calculating the exciton binding energies. Here, we provide a brief description of calculation meth-

Received Sep. 3, 2011

* Teacher, Electronic Engineering Course, Aomori Prefectural Towada Technical Senior High School
** Associate Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Hachinohe National College of Technology
*** Research Assistant, Department of Electronics and Intelligent Systems, Tohoku Institute of Technology
**** Professor, Department of Electronics and Intelligent Systems, Tohoku Institute of Technology

od. Details of our calculation for band offsets and exciton binding energies in strained QWs are described in ref. 6.

The energy at the bottom of the conduction band in $Zn_xCd_{1-x}S$ is calculated by linear interpolation using a bowing parameter. On the other hand, the energy at the top of the valence band in $Zn_xCd_{1-x}S$ is calculated by linear interpolation without using a bowing parameter. In $Zn_xCd_{1-x}S$, the cations (Zn and Cd) have a strong influence on the conduction band, whereas S anions determine the energy at the top of the valence band.

The lattice constant of CdS is larger than that of $Zn_xCd_{1-x}S$. Therefore, CdS layer subjects to compressive strain, whereas the $Zn_xCd_{1-x}S$ layer subjects to tensile strain. The heavy-hole band becomes a top of the valence band in the CdS well owing to the induced compressive strain. The optical transition takes place mainly between the conduction and heavy-hole bands. We define the valence band offset (V_h) as being given by the energy difference between the heavy-hole band in the CdS well and the light-hole band in the $Zn_xCd_{1-x}S$ barrier where we use smallest valence band offset condition. The conduction band offset (V_c) is calculated as the difference between the energy at the bottom of the conduction band in the well and that in the barrier.

We consider an electron-hole pair confined in a CdS well with V_c and V_h. For simplification of the calculation ; the barrier thickness is assumed to be infinite for calculating the exciton binding energies, the effective masses of electrons and heavy holes are assumed to be position independent and equal to the effective masses of those of CdS, the dielectric constants are assumed to be position independent and equal to those of CdS, and the isotropic hole mass of CdS is used. We calculate the heavy-hole exciton binding energies because the top of the valence band in the CdS well consists of the heavy-hole band. To calculate the ground state energy of heavy-hole exciton we minimize the expectation value of the Hamiltonian calculated with a trial function having one variation parameter.

The heavy-hole exciton transition energy is determined by subtracting the heavy-hole exciton binding energy from the effective heavy-hole bandgap energy which is obtained as the summation of the minimum conduction subband energy, minimum heavy-hole subband energy, and heavy-hole bandgap energy of the CdS well.

3. Results and Discussion

The values of the physical parameters used in the calculation are listed in Table I. The parameters corresponding to the alloy material are derived by linear interpolation.

We calculate the values of V_c and V_h in CdS/$Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs for $x = 0.1$, 0.2, 0.3, and 0.4 as functions of L_w for a constant barrier width of 12 nm at room temperature (RT). The conduction and valence band offsets in CdS/$Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs are calculated under thick barrier width condition for calculating the exciton binding energies assuming infinite barrier width. The calculated results are shown in Fig. 1. The values of V_c remain almost constant with increasing L_w because the difference between the hydrostatic deformation potential in conduction band of the CdS and $Zn_xCd_{1-x}S$ is small. The values of V_h decrease with increasing L_w because the difference between the shear deformation potential in valence band of the CdS and $Zn_xCd_{1-x}S$ is very large.

We calculate the heavy-hole exciton binding energies as functions of L_w at RT. Figure 2 shows L_w dependence of the heavy-hole exciton binding energies in CdS/$Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs for $x = 0.1$, 0.2, 0.3, and 0.4

Table I Physical parameters used in the calculation.

	CdS		ZnS
Lattice constant a (nm)	0.5832 [6]		0.54093 [6]
Elastic constant C_{11} (Mbar)	0.78 [6]		1.067 [6]
C_{12} (Mbar)	0.53 [6]		0.666 [6]
Deformation potential a_c (eV)	−2.08 [6]		−2.78 [6]
a_v (eV)	1.02 [6]		1.22 [6]
b (eV)	−4.7 [6]		−0.7 [6]
Spin-orbital splitting energy Δso (eV)	0.07 [6]		0.072 [6]
Bandgap energy at 4.2 K (eV)	2.56 [6]		3.84 [6]
Bandgap energy at room temperature (eV)	2.36 [6]		3.68 [6]
Top valence band energy (eV)	−11.12 [6]		-11.4 [6]
Bowing Parameter of C_{CdZnS} (eV)		0.3 [7]	
Electron mass (m_0)	0.2 [6]		
Heavy-hole mass (m_0)	1.25 [6]		
Relative dielectric constant (ε_0)	10.1 [6]		

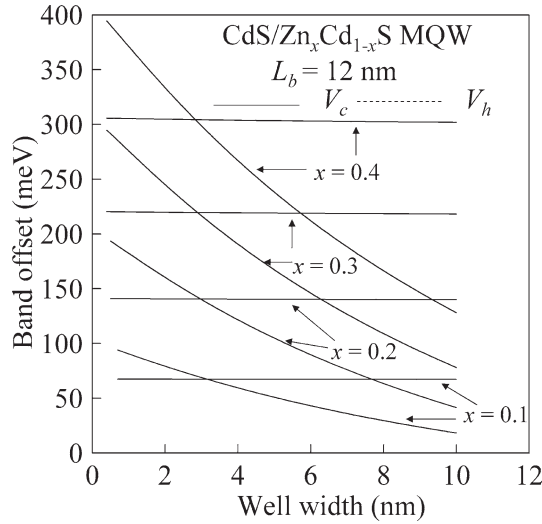



Fig. 1 Conduction and valence band offsets in CdS/$Zn_xCd_{1-x}S$ MQWs for x = 0.1, 0.2, 0.3, and 0.4 as functions of L_w for a constant barrier width of 12 nm.

using the values of V_c and V_h for a constant barrier width of 12 nm. The exciton binding energies are calculated assuming infinite barrier width for neglecting the wavefunction coupling of holes and electrons. As L_w decreases, the heavy-hole exciton binding energies increase to a maximum and then decrease rapidly. This is because when L_w decreases, the exciton wave function is compressed in the wells, and extension of the function into the barrier region becomes important for further decrease in L_w.[5] The shape of the curve illustrating the dependence of the heavy-hole exciton binding energies on L_w is consistent with that reported by

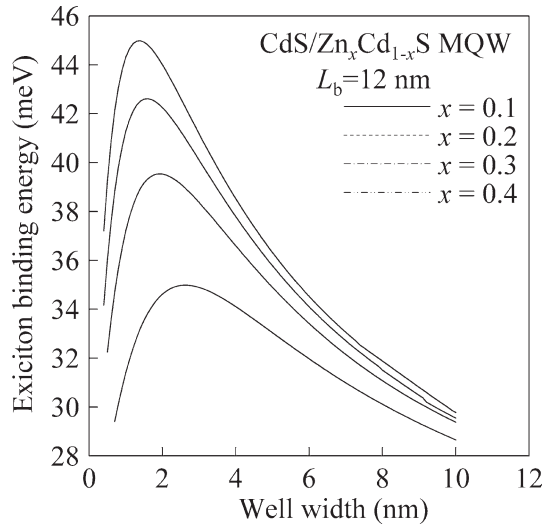



Fig. 2 Heavy-hole exciton binding energies in CdS/Zn$_x$Cd$_{1-x}$S MQWs for x = 0.1, 0.2, 0.3, and 0.4 on assuming infinite barrier width condition.

Greene *et al.*[5)]

The maximum heavy-hole exciton binding energy increases with x, reaching a value of 45 meV at $L_w \sim 1.5$ for $x = 0.4$. The value of L_w at which the exciton binding energy reaches maximum decreases with increased x because compression of exciton wave function increases as both the conduction and valence band offsets increase with x.

The exciton binding energies of CdS/Zn$_x$Cd$_{1-x}$S MQWs for x = 0.1, 0.2, 0.3 and 0.4 are greater than RT thermal energy (about 25 meV). As a result, the interactions between excitons and longitudinal optical (LO) phonons usually lead to the dissociation of the excitons at RT. Therefore, we compared the exciton binding energies with the LO phonon energies in CdS/Zn$_x$Cd$_{1-x}$S MQWs for x = 0.1, 0.2, 0.3 and 0.4. The LO phonon energy of CdS films is 37 meV.[8)] The maximum heavy-hole exciton binding energy in CdS/Zn$_x$Cd$_{1-x}$S MQWs for x = 0.1 is lower than the LO phonon energy of CdS films, whereas those for x = 0.2, 0.3 and 0.4 are greater than the LO phonon energy of CdS films. When we consider the effect of the exciton-LO phonon interaction for narrow wells, we expect the exciton characteristics to be predominant even at RT. Ionization of excitons should be prevented in systems where the difference between the exciton binding energies of the 1s and 2s states is larger than the LO phonon energy. For more realistic understanding of the exciton stability, the calculation of the excited exciton states is necessary. This is not an easy task. To simplify the calculation, we discuss only the binding energy of the ground exciton state. Moreover, we assume that the contribution of the off-diagonal terms in the exciton Hamiltonian as described by Luttinger-Kohn is extremely small[5)] because the degeneracy of the valence band of the CdS well at the top of the valence band is removed due to induced compressive strain in the CdS well. Even though, the contribution of the off-diagonal terms in the exciton Hamiltonian could not be completely ignored. To determine more accurate exciton states, we need to solve for the exciton Hamiltonian including the off-diagonal terms.[5)] Further research is necessary to obtain more accurate exciton states by theoretical calculation. Therefore, our result is not the whole story

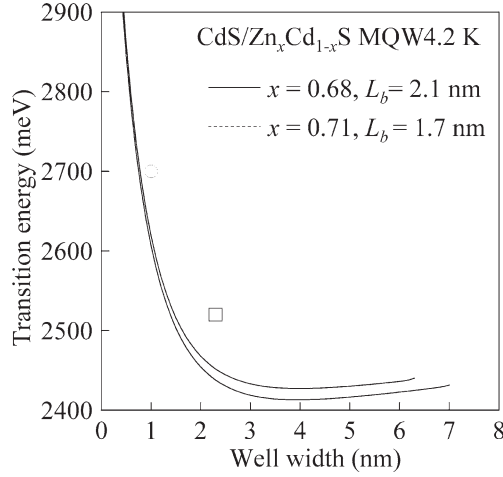



Fig. 3 Dependence of heavy-hole exciton transition energies for $x = 0.68$ (solid line) and 0.71 (broken line) on L_w. Open circle and open square indicate the photoluminescence peak energies measured by Mullins *et al*. for CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQW for $x = 0.68$ and 0.71, respectively, at 4.2 K.[3)]

of the exciton stability.

For comparison, we calculated the heavy-hole exciton transition energies in a CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQW for $x = 0.68$ at a constant barrier width of 2.1 nm and a CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQW for $x = 0.71$ at a constant barrier width of 1.7 nm at 4.2 K. Figure 3 shows the dependence of the heavy-hole exciton transition energies for $x = 0.68$ and 0.71 on L_w, where the photoluminescence (PL) peak energies measured for a CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQW for $x = 0.68$ at a constant barrier width of 2.1 nm and a CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQW for $x = 0.71$ at a constant barrier width of 1.7 nm are also plotted. The transition energies of the heavy-hole exciton decrease with increase in L_w because the electron, heavy-hole subband energies decrease with increasing in L_w. The heavy-hole exciton transition energy for $x = 0.68$ is lower than that for $x = 0.71$ because the electron, heavy-hole subband energies for $x = 0.68$ are lower than those for $x = 0.71$ where the conduction and valence band offsets for $x = 0.68$ are lower than those for $x = 0.71$. The changes in the transition energies of the heavy-hole excitons with L_w for $x = 0.68$ and 0.71 are essentially similar. For wide wells, the heavy-hole exciton transition energies increase slightly because the bandgap energy in CdS well increases owing to the induced compressive strain.

The PL peak energies measured experimentally are considerably higher than those calculated by us. The discrepancy between the theoretical and experimental data could be a result of the well width fluctuation. The tendencies of our calculated results are consistent with the experimental results. Further research is necessary for a fair comparison of the theoretical results with the experimental results.

4. Summary

We calculated the exciton binding energy in CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQWs. Calculated exciton binding energies for $x \geq 0.2$ are larger than LO phonon energy of CdS films. It is expected that the exciton in CdS/Zn_xCd_{1-x}S MQWs exists stably at RT. Present theoretical results indicate good agreement with reported experimental

data for the PL peak energies.

References

1) Nakamura, S. and Fasol, G. : The blue laser diode, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, (1997).
2) Endo, Y., Kawakami, Y., Taguchi, T. and Hiraki, A. : Structural and photoluminescence characterization of CdS/GaAs films and CdS-ZnS strained layer superlattices grown by low-pressure MOCVD method, Japanese Journal of Applied Physics Vol. **27** (1988), p. L2199-L202.
3) Mullins, J.T., Taguchi, T., Brown, P.D., Loginov, Y.Y. and Durose, K. : Growth and optical properties of CdS : (Cd, Zn)S strained layer superlattices, Japanese Journal of Applied Physics Vol. **30** (1991), p. L1853-L1856.
4) Shahzad, K., Olego, D. and van de Walle, C.G. : Optical characterization and band offsets in ZnSe-ZnS_xSe_{1-x} strained-layer superlattices, Physical Review B Vol. **38** (1988), p. 1417-1426.
5) Green, R.L., Bajaj, K.K. and Phelps, D.E. : Energy levels of wannier excitons in GaAs-$Ga_{1-x}Al_xAs$ quantum-well structures, Physical Review B Vol. **29** (1984), p. 1807-1812.
6) Onodera, C., Shoji, T., Hiratate, Y. and Taguchi, T. : Excitonic properties in $Cd_xZn_{1-x}S$/ZnS quantum wells, Japanese Journal of Applied Physics Vol. **46** (2003), p. 393-399.
7) Ichino, K., Kawakami, Y., Fujita, S. and Fujita, S. : Design and fabrication of II-VI semiconductor heterostructures, Oyo Butsuri Vol. **61** (1992), p. 117-125 [in Japanese].
8) Kanemitsu, Y., Nagai, T., Yamada, Y. and Taguchi, T. : Temperature dependence of free-exciton luminescence in cubic CdS films, Applied Physics Letters Vol. **82** (2003), p. 388-390.

中小企業間の連携が生み出す相互発展

── 数理モデルによる考察 ──

穴　澤　正　宏*・沢　田　康　次**・佐　藤　飛　鳥***

Mutual Development Produced by Cooperation between Small and Medium Enterprises : a Study based on Mathematical Models

Masahiro ANAZAWA, Yasuji SAWADA and Asuka SATO

Abstract

This paper develops simple mathematical models to investigate the effect of cooperation between small and medium enterprises (SMEs) on their mutual development. The following two cases are investigated. In one case, two SMEs are in competition for orders from a large enterprise, and in the other, they are not in competition. In both cases, the effect of cooperation is shown to depend greatly on the degree of how much an improvement in the skill levels of the two SMEs expands the demand for the large enterprise. In addition, for the case of competing SMEs, the effect of cooperation is shown to depend on the way of how the large enterprise partitions orders between the two SMEs.

1　はじめに

地域経済の活性化を図り，地域産業の持続的発展を実現していくことは，地域及び我が国の将来にとって極めて重要である。しかし，地域の中小企業には，企業間の横の連携が十分でなく新しい技術を生み出す素地に乏しいことや，中国の興隆など国際環境の変化に応じた新しい展開や未来予測を行う時間と人材がないことなどの問題点も指摘されている。近年，我々は共同研究者とともに，中小企業間の緩やかな横の連携を促し，地域産業の発展につなげることを目指して，「企業生態学」という新しい学問領域を立ち上げた［1］。この企業生態学では，宮城県の中小企業群に焦点をあて，中小企業の現状を調査するとともに，数理的な生物生態学の研究手法［2-5］を援用して，中小企業間の緩やかな横の連携が生み出す効果を数理的に検証するためのモデルを開発することも目的の一つとしている。

この企業生態学では，これまでに，宮城県内の優良製造業者へのヒアリング調査により，優良中小企業の共通点を導き出すとともに，中小企業間の緩やかな横の連携の効果を調べる際の基礎となる数理モデルを提案してきた［1］。しかし，そこで提案されたモデルは，概念的な内容に主眼が置かれ，数理モデルより企業間の連携が生み出す効果を具体的に解析するまでには至っていなかった。

そこで，本稿では，上のモデルに改良を加え，実際に連携の効果を解析することができる数理モデルを改めて構築するとともに，そのモデルを用いて企業間の連携の効果を検証することを目指す。考察する状況は，図1にあるように，複数の中小企業が1つの大企業からの受注を元に会社を運営している状況である。これらの中小企業が，同じ製品を受注している場合は，これらは競合関係にあることになる。本稿では，2つの中小企業が互いに競合関係にある場合，ない場合のそ

2011年10月19日受理
* 工学部環境情報工学科　准教授
** 東北工業大学　学長
*** ライフデザイン学部経営コミュニケーション学科　講師

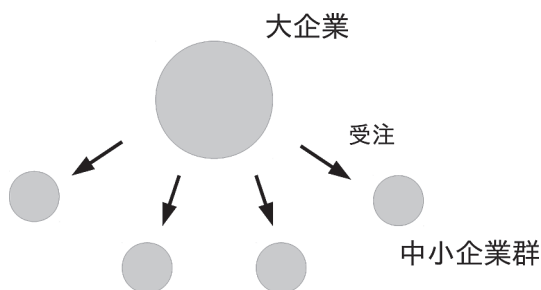



図1　本稿で考察する中小企業間の関係。1つの大企業からの受注を元に会社を運営している。同じ製品を受注している場合は，これらの中小企業は競合関係にあることになる。

図2　企業の利益$f(x, y)$

れぞれに対して，企業間に協力関係を導入したときの効果を数理モデルに基づいて解析し，この効果の大きさがどのような条件に依存しているのかを明らかにする。

2　1企業の時間発展モデル

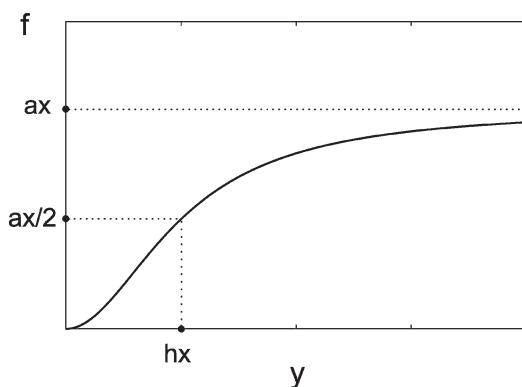
2つの中小企業のモデルを構築するため，まず，本節では1つの中小企業のみの時間発展を表すモデルを構成し，次節で2つの中小企業のモデルへの拡張を行う。

2.1　状態変数及びモデル

1つの中小企業が，取引先の大企業（以後，親企業という）からの注文を受けて会社を運営している状況を考える。中小企業の時間発展をモデル化するためには，まず，その企業の状態を表す変数を設定する必要がある。できるだけ簡単なモデルにするために，時刻tにおける会社の状態を表す状態変数として，次の3つを仮定する：会社の規模$x(t)$，会社の技術力$s(t)$，親企業からの単位時間あたりの受注量$y(t)$。これらは，会社の状態の変化を少数の変数を通して理解するための抽象的な変数である。

次に，これらの状態変数の時間発展であるが，まず，会社の規模$x(t)$の時間発展を，次のようにモデル化する：

$$\frac{dx}{dt} = -mx + rf(x, y). \qquad (1)$$

ここで，m, rは正のパラメータ，$f(x, y)$は単位時間あたりに生じる会社の利益（x, yの関数であるとする）を表している。右辺第1項は，単位時間あたりの会社の維持コストの影響を表しており，会社の規模xに比例するとしている。また，第2項では，会社の利益fの一部を設備投資などの会社規模の増大に振り向けていると考えている。会社は受注に従い生産をすると仮定しているので，生産量＝受注量である。会社の規模に見合う受注があるときは，利益の効率がよく（生産量あたりの利益が多い），会社の規模に対して受注が少ない場合や逆に多すぎる場合は，利益の効率が悪い（生産量あたりの利益が少ない）と考えられる。このような性質を持った単位時間あたりの利益$f(x;y)$を表す関数として，次を仮定する（図2参照）：

$$f(x, y) = \frac{axy^2}{y^2 + (hx)^2}. \qquad (2)$$

この場合，生産量＝受注量yが非常に少ない場合，生産量あたりの利益は

$$\frac{f(x, y)}{y} \simeq \frac{a}{h^2}\frac{y}{x} \qquad (3)$$

となり，会社規模xに反比例している。つまり，会社規模に比べて受注が少ないと利益の効率が悪い。また，yが非常に大きいときは

$$f(x, y) \simeq ax \qquad (4)$$

となり，単位時間あたりに得られる利益の上限は，会社規模xに比例している。また，このように十分な受注量yがあるときは，(1)式は

$$\frac{dx}{dt} \simeq (-m + ra)x \qquad (5)$$

となるが，右辺が正でなければ十分な受注があっても，x が 0 まで減少して会社が消滅してしまうので，$ra-m>0$ が成り立っていると仮定する。

次に，会社の技術力 s の時間変化を次のようにモデル化する：

$$\frac{ds}{dt} = -m's + r'f(x, y). \tag{6}$$

ここで，m', r' は正のパラメータである。右辺第 1 項は，時間とともに既存の技術が陳腐化する影響を表しており，第 2 項は，技術開発等による技術力の向上を表している。ここで，利益 f の一部を技術力の向上にあて，残りを設備投資などの会社規模の拡大（(1) 式右辺第 2 項）に当てていると考えている。

次に受注量 y について考える。いま，親会社から注文を受けるのは 1 企業だけなので，次のように，y は親会社の製品に対する（単位時間あたりの）需要 y_p に比例すると仮定する：

$$y = by_p. \tag{7}$$

ここで，b は正の比例定数である。また，y_p は次の式に従い時間変化すると仮定する：

$$\frac{dy_p}{dt} = r''(y_{\max} - y_p). \tag{8}$$

ここで，$y_{\max}$ は親会社の製品に対する「潜在的な需要」を表しており，実際の需要 y_p は，r'' を時定数として，それに近づいていくと考えている。ここで，親会社の製品に対する潜在的な需要 $y_{\max}$ は，製品の良し悪しや価格によって変わってくるはずである。本稿では価格の影響までは考慮しないので，単純に製品が持つ技術力の関数であると考え，次のように仮定する：

$$y_{\max} = y_0 s^{\theta}. \tag{9}$$

ここで，$y_0>0, \theta \geq 0$ である。一般に，技術力が向上すれば，親会社の製品に対する潜在的な需要は大きくなると考えられる。これは，本稿において非常に重要な役割をもつ効果であり，「親会社の製品に対する需要拡大効果」，または単に「需要拡大効果」と呼ぶことにする。(9) 式の θ は，この効果の強さに関係するパラメータ（以後，需要拡大指数と呼ぶ）になっている。例えば，$\theta=0$ では $y_{\max}$ は技術力 s に依存せず一定値をとるが，$\theta>0$ では $y_{\max}$ は s とともに増大する。

2.2　平衡状態

以上のようなモデルに従い会社の状態が時間とともに変化するとき，充分時間が経過した後では時間変化のない平衡状態に落ち着くと考えられる。平衡状態では状態変数の時間微分は 0 となるので，(1)，(6) 式の右辺を 0 とおき，平衡状態での会社規模 x_*，技術力 s_* を求めると，次のようになる：

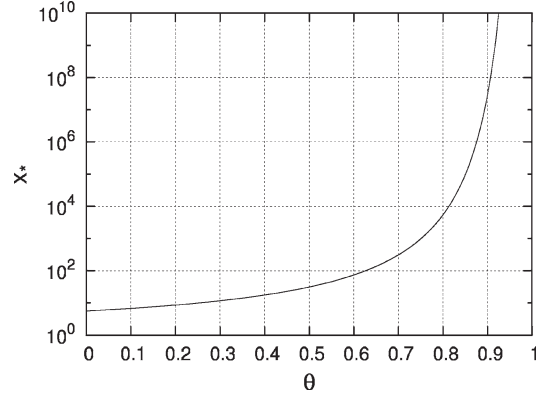



図 3　1 企業のモデルにおける会社規模の平衡値 x_* と θ の関係。平衡値 x_* は θ が 1 に近づくにしたがい急激に増大する（$m=0.1, r=0.2, m'=0.1, r'=0.2, a=3, h=0.5, by_0=1.25$）。

$$x_* = \left\{ \frac{by_0}{h} \left(\frac{mr'}{m'r} \right)^{\theta} \left(\frac{ra}{m} - 1 \right)^{1/2} \right\}^{1/(1-\theta)}, \tag{10}$$

$$s_* = \left\{ \frac{by_0}{h} \left(\frac{mr'}{m'r} \right) \left(\frac{ra}{m} - 1 \right)^{1/2} \right\}^{1/(1-\theta)}. \tag{11}$$

これらの平衡値は，θ の値が 0 から大きくなるに従い増大し，$\theta \to 1$ で発散する（図 3 参照）。したがって，θ の範囲は $0 \leq \theta < 1$ と仮定する。

3　2 企業の時間発展モデル

3.1　2 企業のモデルへの拡張

同じ親企業と取引している中小企業が 2 社ある場合への拡張を考える。中小企業間の連携が生み出す効果を調べるのが本稿の目的であるから，中小企業間の連携（協力）をモデルに組み込む必要がある。企業 i（$i=1, 2$）の会社規模，技術力，単位時間あたりの受注量をそれぞれ x_i, s_i, y_i で表すとき，1 企業のモデルを拡張して x_i, s_i の時間変化を次のようにモデル化する：

$$\frac{dx_i}{dt} = -m_i x_i + r_i f_i(x_i, y_i), \tag{12}$$

$$\frac{ds_i}{dt} = -m'_i s_i + r'_i f_i(x_i, y_i) + \sum_{j(\neq i)} c_{ij} r'_j f_j(x_j, y_j). \tag{13}$$

ここで,f_i は単位時間あたりの企業 i の利益であり, (2)式と同様に次で与えられる：

$$f_i(x_i, y_i) = \frac{a_i x_i y_i^2}{y_i^2 + (h_i x_i)^2}. \tag{14}$$

また，(13) 式の右辺第3項は，他の中小企業からの技術協力による技術力向上の効果を表している。ここでは，中小企業間の連携を技術協力ととらえ，協力元企業の利益 f_j に比例する協力が行われると仮定している。また，c_{ij} は企業 j から企業 i への協力の強さを表すパラメータ（以後, 協力係数と呼ぶ）である。なお，技術協力の際に，協力元の企業に生じるコストは無視できるとしている。

各中小企業の受注量 y_i は, 2社が競合関係にあるか, そうでないかにより変わってくる。例えば，2社が親企業の製品の異なる部品を生産してる場合，2社は競合関係にはない。一方，2社が同じ部品を生産している場合は競合関係にあると考えられる。実際は，この2つの場合の複合した状況も存在するだろう。以下では，上に記した2つの場合について考える。

3.2　モデルA（競合していない場合）

2つの中小企業が，親企業の製品のまったく別の部品を作っている場合は，次のように，受注量 y_i は親企業の製品に対する需要 y_p に比例していると考えられる：

$$y_1 = b_1 y_p, \quad y_2 = b_2 y_p. \tag{15}$$

ここで, y_p は (8) 式に従い時間変化すると仮定するが, 親企業の製品に対する潜在的な需要 y_{max} は次のように与えられると仮定する：

$$y_{\max} = y_0 (s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2})^{\theta}. \tag{16}$$

ここで，α_i は親企業の製品に対する中小企業 i のつくる部品の相対的な重要度を表している（$\alpha_1+\alpha_2=1$）。親企業の製品の持つ総合的な技術力の程度は，これらを重みとする2企業の技術力の相乗平均 $s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2}$ で表されると考えた。(9) 式と同様に, θ は親企業の製品に対する需要拡大効果の強さを表しているパラメータ（需要拡大指数）である。

3.3　モデルB（競合している場合）

2つの中小企業が，親企業の製品の同じ部品を製造している場合，この2企業は，親企業からの受注をめぐり競合関係にある。受注量 y_i は次の式で与えられると仮定する：

$$y_1 = b_0 y_p \frac{s_1^{\gamma}}{s_1^{\gamma} + s_2^{\gamma}}, \quad y_2 = b_0 y_p \frac{s_2^{\gamma}}{s_1^{\gamma} + s_2^{\gamma}}. \tag{17}$$

2社の受注量の合計は，親会社の製品に対する需要 y_p に比例しており，これを2社で分配している。$\gamma(\geq 0)$ は，この分配を調整しているパラメータ（以後，分配指数とよぶ）である。例えば，$\gamma=0$ の場合は，受注量は2社に等分される。また，$\gamma=1$ の場合は，それぞれの会社の技術力 s_i に比例する重みで，受注量は分配される。一般に，γ が大きな値をとるほど，技術力の高い会社が得る受注量は大きくなり，技術力の高い会社が有利となる（図4参照）。本稿の目的は，技術協力の導入の効果を調べることなので，技術協力導入前に，2社が共存していることが前提として必要である。しかし，数値シミュレーションをしてみると，2社の技術協力がないとき（$c_{ij}=0$），$\gamma \geq 1$ では，片方の企業の会社規模は時間の経過とともに0に向かい，2社が共存できなかった。また，付録にあるように，$\gamma>1$ では，技術協力がないとき2社が共存できないことを解析的に示すことができる。したがって，γ の範囲は $0 \leq \gamma < 1$ とする。また，y_p は (8) 式に従い時間変化す

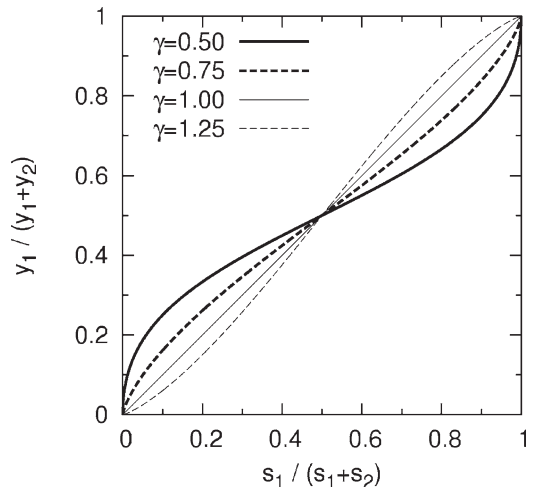



図4　分配指数 γ による分配率 $y_1/(y_1+y_2)$ の変化。γ が大きいほど，技術力の高い企業に多くの受注が分配される。

るとし，親企業の製品に対する潜在的な需要y_{max}は次式で与えられると仮定する：

$$y_{\max} = y_0 \left(\frac{y_1 s_1 + y_2 s_2}{y_1 + y_2} \right)^{\theta}. \qquad (18)$$

ここで，右辺の括弧内は親企業の製品のもつ技術力の程度の平均値を表している。θの役割はモデルAの場合と同様である。

4　2企業のモデルの解析結果

2企業のモデルA, Bに対して数値的な解析を行い，2企業間の技術協力の効果が，協力係数c_{ij}，需要拡大θ指数，分配指数γの3種類のパラメータの値により，どのように変わるのかを調べた。モデルA, Bに共通するパラメータは以下のように設定した：m_1=0.1, r_1=0.2, m'_1=0.1, r'_1=0.2, $\underline{a_1=2.0}$, h_1=0.5, m_2=0.1, r_2=0.2, m'_2=0.1, r'_2=0.2, $\underline{a_2=3.0}$, h_2=0.5, y_0=5.0, r''=0.2。下線部の部分のみが2つの企業で異なっており，企業2の方が同じ生産量，同じ会社規模でもより多くの利益を出せるように設定してある（企業2の方が有利な条件）。モデルA, Bに従いシミュレーションを行うと，十分時間が経過した後では，系はある平衡状態に落ち着く。この平衡状態における2企業の会社規模x_1, x_2を様々なc_{ij}, θ, γの値の組み合わせに対して求めて比較した。なお，技術協力は，2企業間で対称な協力（$c_{12}=c_{21}$）を仮定した。

4.1　モデルA

図5は，平衡状態でのx_1, x_2の値がc_{12}（$=c_{21}$）によりどのように変化するかをθ=0.6, 0.8の場合に示したものである（b_1=0.25, b_2=0.25, α_1=0.5, α_2=0.5）。図5(a), (b)のどちらの場合でも，c_{12}が増加し技術協力が大きくなるに従い，最終的に達成できる会社規模（平衡状態でのx_i）は大きくなっている。また，図の(a)では，c_{12}とともにx_iはほぼ直線的に増加しているが，(b)では，c_{12}の増加とともに加速的に増加している。これから，需要拡大指数θの値が大きいほど，技術協力が会社規模の増大に与える効果は大きいことが分かる。

4.2　モデルB

モデルBの場合にも，モデルAと同様に，平衡状態でのx_1, x_2の値とc_{12}, θ, γの関係を調べた。この際，モデルAとの対応を考えてb_0=0.5と設定した。まず，γ=0の場合に平衡状態でのx_iとc_{12}の関係を調べると，図5とほとんど同じ結果が得られた（グラフは省略している）。これは，γ=0の場合は，2企業は等しい受注を得るため競合関係にないことから当然の結果である。図6は，γ=0.5, 0.75の場合に，図5と同様のグラフを描いたものである。γ=0.5の場合のグラフ(a), (b)は，モデルAの場合（図5）と似たような傾向を示している。一方，γ=0.75の場合のグラフ（c), (d）は少し傾向が異なる。図6(c)に注目すると，c_{12}=0（技術協力がない）のとき，2社の会社規模にはかなりの差がある。これは，γの値が大きいため，技術力の高い企業により多くの受注が分配される効果が強く働いているためである。c_{12}を0から増加させていくと，上位の企業の会社規模x_2はいったん減少していき，その後上昇に転じている。これから，小規模の技術協力は上位の企業にとってはマイナスに作用し，ある程度大きな技術協力を行ってはじめてプラスの効果が得ら

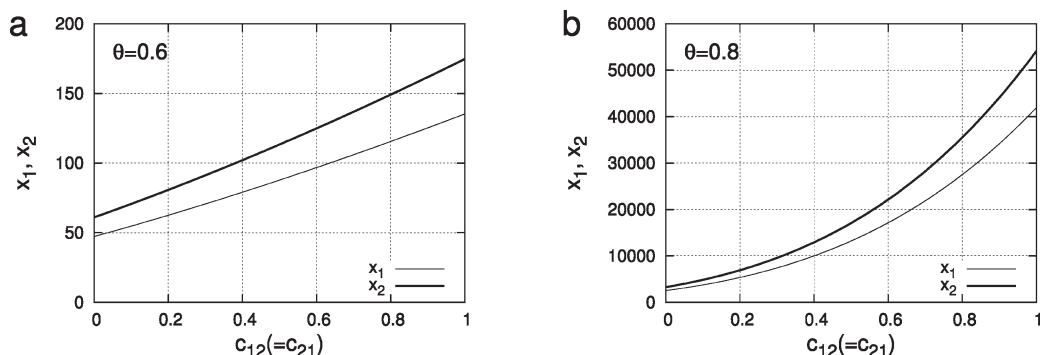



図5　平衡状態での会社規模x_1, x_2と協力係数c_{12}の関係（モデルA）

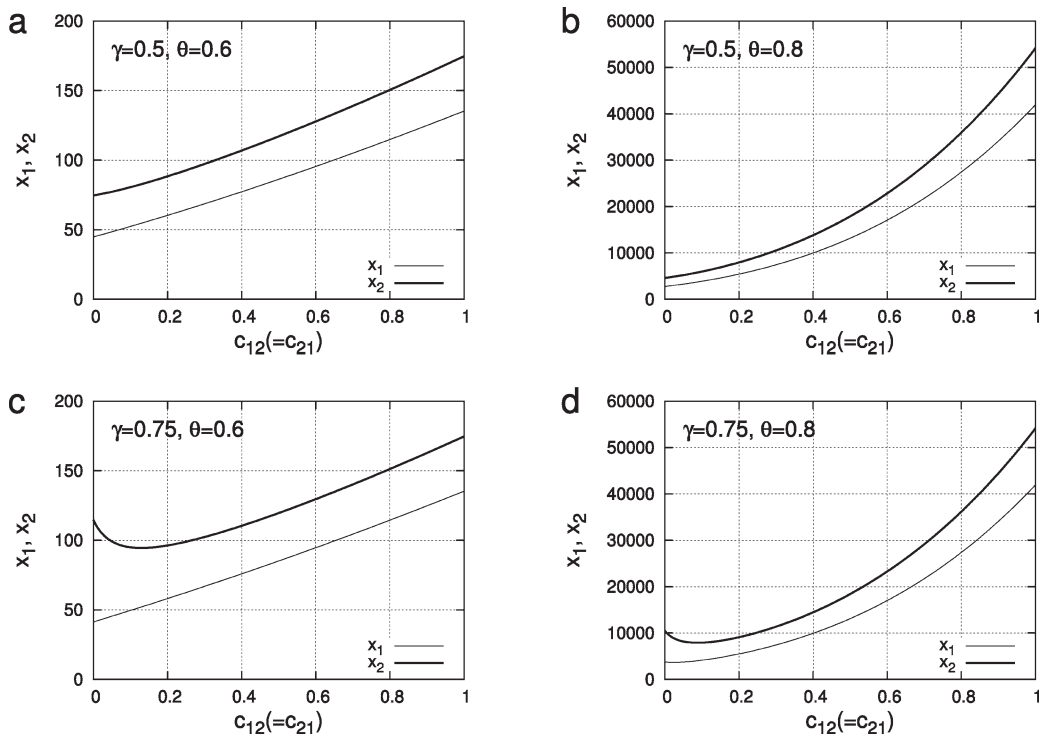



図6 平衡状態での会社規模 x_1, x_2 と協力係数 c_{12} の関係（モデル B）

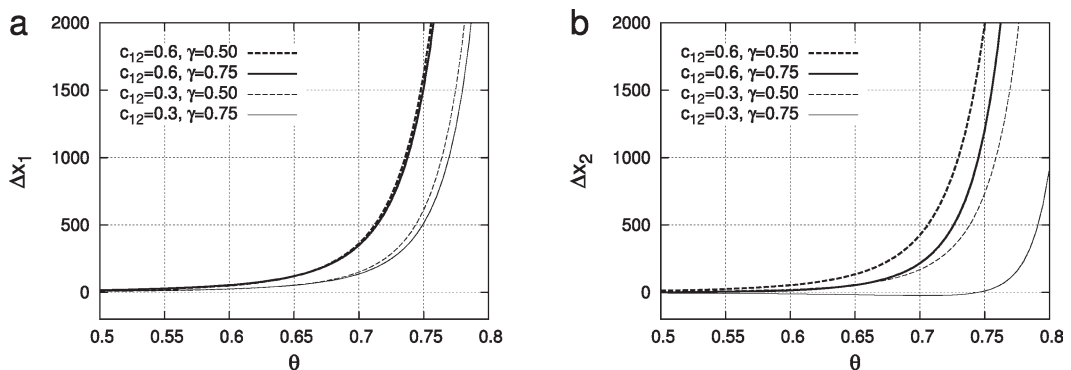



図7 技術協力による会社規模の増加量 Δx_1, Δx_2 と需要拡大指数 θ の関係（モデル B）

れることが分かる。図6(d) をみると，(c) と同様の傾向であるが，上位の企業の会社規模 x_2 が上昇に転じる c_{12} の値が小さく，また，技術協力の効果も (c) の場合と比べて格段に大きくなっている。

図7は，技術協力を導入することによる会社規模の平衡値の増加量 Δx_1, Δx_2 と θ の関係をグラフに描いたものである。θ が大きくなるに従い，Δx_1, Δx_2 は急激に増加することが分かる。上位の企業の場合 (b) を見ると，c_{12}=0.3, γ=0.75 の場合では，θ が約 0.75 より小さい領域では，Δx_2 はマイナスになっている。このように，c_{12}, θ の値が小さく，γ が大きい場合には，上位の企業にとって技術協力はマイナスの影響を与える傾向がある。逆に，技術協力が上位の企業にもプラスの影響を与えるためには，これらの3つのパラメー

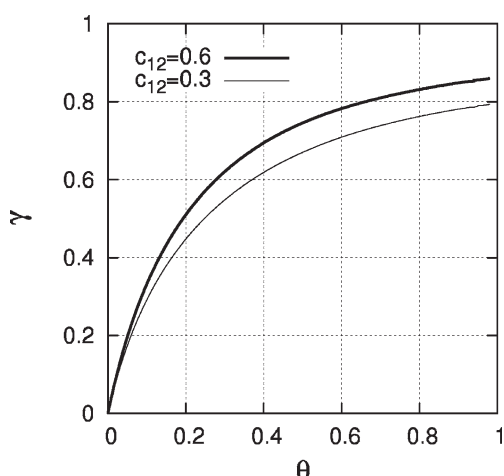



図 8　技術協力により上位の企業の会社規模が増加するための条件（モデル B）。それぞれの c_{12} の値の場合に対し，曲線より右下の領域では技術協力により会社規模は増大し，左上の領域では減少する。

タの間にある関係が満たされている必要がある。図 8 は，技術協力の導入により上位の企業の会社規模が増加するための条件を（θ, γ）空間でまとめたものである。それぞれの c_{12} の場合に対し，曲線より右下の領域では，上位の企業の会社規模の増加量はプラスになり，左上の領域ではマイナスになる。θ が大きく，γ が小さいほど，技術協力による会社規模の増加は起こりやすいことが言える。

5　考察とまとめ

本稿では，中小企業間の連携による相互発展の効果を数理的に考察するために，できるだけ簡単な数理モデルを構築し，技術協力が 2 社間で対称（$c_{12}=c_{21}$）な場合について解析を行った。解析の結果をまとめると以下のようになる。技術協力の導入により達成できる会社規模（平衡状態の会社規模）の大きさに一番影響を与えるのは，需要拡大指数 θ である。θ が 1 に近づくほど，技術協力により到達できる会社規模は格段に大きくなる。2 社間の受注をめぐる競争が強い（分配指数 γ が大きい）ときは，協力の規模が小さいと，上位の企業は技術協力により返ってマイナスの影響を受けることがある。一方，下位の企業は技術協力により常にプラスの効果を受ける。したがって，協力が 2 社ともにプラスの効果を与えるためには，ある程度の規模の協力が必要である。また, 協力が十分に大きい（$c_{12} \simeq 1$）ときは，協力により最終的に到達できる会社規模の大きさは，分配指数 γ にはほとんど依存しない。以上から，技術協力の導入による相互発展の効果を大きくするためには，親会社の製品に対する需要拡大効果に関わる需要拡大指数 θ を大きくすること，中途半端にならない規模の大きい協力を行うことがポイントになる。

上に述べたように，2 社間の競争が強く，協力の規模が十分でないときは，協力により上位の企業にマイナスの影響が出やすいが，これは協力係数の対称性（$c_{12}=c_{21}$）を仮定したからだと考えられる。協力係数の対称性ではなく，技術協力の絶対量の対称性（$c_{12}r'_2f_2=c_{21}r'_1f_1$）を仮定した場合は，このようなマイナスの効果は生じにくいと予想される。また，本稿のモデルでは，価格の影響は考慮に入れなかった。競合している 2 社の製品に価格差があれば，親企業からの受注に対して影響を与えると考えられる。このような価格の影響まで取り入れ，なおかつ解析のしやすい簡単な数理モデルを開発していくことは，今後の課題である。

本稿では，中小企業間の連携（協力）が生み出す相互発展の効果を数理的に考察するために，数理モデルを構築し基本的な解析を行った。今後, このモデルが, 企業間の競争や協力について考察する際の基礎となるモデルとして，役立つことを願っている。

謝　辞

本研究は平成 23 年度科学研究費補助金基盤（C）「持続可能な地域産業構造のあり方の提示～「企業生態学」の構築～」（研究代表者：佐藤飛鳥　東北工業大学講師，課題番号：22530237）の助成を受けて行われた。研究分担者,（企業生態学構築のために特別に依頼した）共同研究者はそれぞれ以下のとおり（五十音順）。研究分担者：穴澤正宏，阿部敏哉，沢田康次，渡部順一。共同研究者：佐々木浩（宮城県経済商工観光部新産業振興産学連携推進班主査），高橋保幸（宮城県経済商工観光部産業人材対策課兼雇用対策課主任主査）。

付録モデル B の分配指数 γ と 2 社の共存

技術協力の導入による相互発展の効果を調べることが本稿の目的であるので，その前提として，技術協力の導入の前に 2 社が共存していることが必要である。この付録では，技術協力の導入前（$c_{ij}=0$）のモデル B において，γ の値と 2 社の共存の関係について記す。生物生態学では，競争関係にある 2 つの生物種の個体群の共存と密接に関係する概念として，しばしば「侵入可能性」を問題にする［6, 7］。これは，ある生物種の個体群のみが存在するときの安定平衡状態において，別の生物種がわずかに侵入したとき，排除されることなく増加していけるかという問題である。種 1 のみが存在するときの平衡状態において種 2 が侵入可能であり，逆に，種 2 のみが存在するときの平衡状態において種 1 が侵入可能であれば，2 種の個体群が存在するある初期状態から時間が経過するときに，片方の種が排除されることは起こらない。したがって，この場合，2 種は共存できる。同様の侵入可能性を，本稿の技術協力導入前のモデル B に対して調べると，「$\gamma>1$ であると侵入不可能である」ことを，以下のように示すことができる。

まず，対象とするモデルは，3 節のモデル B で $c_{ij}=0$ とおいたものである。以下では，企業 1 のみが存在するときの平衡状態における企業 2 の侵入可能性を調べる。企業 1 のみが存在するときの平衡状態における x_1, s_2 の値をそれぞれ x_{1*}, s_{1*} で表す（(10), (11) 式参照）。このとき，企業 2 の動態は，(12), (13) 式から次の式で記述される：

$$\frac{dx_2}{dt} = -m_2x_2 + r_2f_2(x_2, y_2), \qquad \text{(A.1)}$$

$$\frac{ds_2}{dt} = -m'_2s_2 + r'_2f_2(x_2, y_2). \qquad \text{(A.2)}$$

ここで，企業 2 がわずかに侵入したときの動態を考察するため，x_2, s_2, y_2 は非常に小さい量であると考える。このとき，(9) 式の $y_{\max}$ は

$$y_{\max} = y_0\left(\frac{y_1s_{1*}+y_2s_2}{y_1+y_2}\right)^{\theta} \simeq y_0s_{1*}^{\theta} \qquad \text{(A.3)}$$

と簡単になる。平衡状態では $y_p=y_{\max}$ なので，上式を使うと企業 2 の受注量は，(17) 式から

$$y_2 = b_0y_p\frac{s_2^{\gamma}}{s_{1*}^{\gamma}+s_2^{\gamma}} \simeq \alpha_1s_2^{\gamma} \qquad \text{(A.4)}$$

となる。ここで $\alpha_1 = b_0y_0s_{1*}^{\theta-\gamma}$ である。以上を，(A.1) 式に代入すると，平衡点において $dx_2/dt>0$ である条件として次式が得られる：

$$-m_2(\alpha_1^2s_2^{2\gamma}+h_2^2x_2^2)+r_2a_2\alpha_1^2s_2^{2\gamma}>0. \qquad \text{(A.5)}$$

同様に，(A.2) 式から，平衡点において $ds_2/dt>0$ である条件は次のようになる：

$$-m'_2(\alpha_1^2s_2^{2\gamma}+h_2^2x_2^2)+r'_2a_2\alpha_1^2x_2s_2^{2\gamma-1}>0. \qquad \text{(A.6)}$$

これは，整理すると次のような x_2 についての 2 次不等式である：

$$m'_2h_2^2x_2^2 - r'_2a_2\alpha_1^2s_2^{2\gamma-1}x_2 + m'_2\alpha_1^2s_2^{2\gamma}<0. \qquad \text{(A.7)}$$

この不等式を満たす x_2 の領域が存在するためには，判別式 $D\geq 0$ が成り立っていることが必要である。判別式 D は

$$D = \alpha_1^2s_2^{2\gamma}({r'_2}^2a_2^2\alpha_1^2s_2^{2\gamma-2} - 4{m'_2}^2h_2^2) \qquad \text{(A.8)}$$

となるが，$\gamma>1$ の場合，s_2 が十分 0 に近いところでは，$D<0$ となってしまう。したがって，$\gamma>1$ の場合，$s_2=0$ の十分近くでは，必ず $ds_2/dt<0$ となっている。一方，

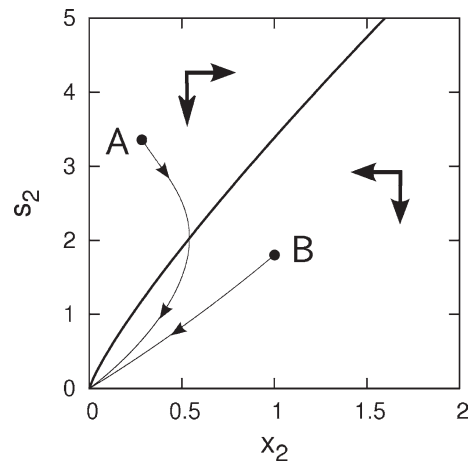



図 9　企業 1 のみが存在しているときの平衡点における企業 2 の侵入可能性（$\gamma>1$ の場合の例）。太い実線上では $dx_2/dt=0$，この線より左上の領域では $dx_2/dt>0$, 右下の領域では $dx_2/dt<0$ である。太い矢印は，それぞれの領域で，時間の経過とともに x_2, s_2 が動く方向を示している。点 A, B から出発した企業 2 の状態は，時間の経過とともにどちらも原点に向かう。このように，$\gamma>1$ のとき，企業 2 は排除されてしまい侵入することができない。

dx_2/dt の符号は，図 9 に示したように，$dx_2/dt=0$ を満たす曲線を境にして，正の領域と負の領域がある。また，図 9 には，$\gamma>1$ の場合に，それぞれの領域において，x_2, s_2 が時間とともにどの方向に動いていくかを太い矢印で示してある。これをよく見ると，企業 2 の状態を示す点（x_2, s_2）は，時間とともに原点に向かっていくことがわかる。すなわち，$\gamma>1$ の場合，企業 2 は侵入することができず，排除されることがわかる。以上の議論は，企業 1 と 2 を入れ替えても同様に成り立つ。したがって，$\gamma>1$ の場合には，1 企業のみが存在するときの平衡点において，別の企業は侵入することができないことが結論できる。

参 考 文 献

［1］ 佐藤飛鳥，渡部順一，阿部敏哉，穴澤正宏．優良中小製造企業の共通点—宮城県製造業者へのヒアリング調査から—．東北工業大学紀要 II：人文社会科学編，Vol. 31, pp. 57-67, 2011.

［2］ P. Turchin. *Complex population dynamics : a theoretical/empirical synthesis*. Princeton University Press, 2003.

［3］ R.M.C. May and A.R. McLean. *Theoretical ecology : principles and applications*. Oxford University Press, 2007.

［4］ 巌佐　庸. 数理生物学入門—生物社会のダイナミックスを探る—．共立出版，1998.

［5］ 嶋田正和，山村則男，粕谷英一，伊藤嘉昭．動物生態学新版．海游舎，2005.

［6］ P. Chesson. Mechanisms of maintenance of species diversity. *Annual Review of Ecology and Systematics*, Vol. 31, pp. 343-366, 2000.

［7］ S. Hartley and B. Shorrocks. A general framework for the aggregation model of coexistence. *Journal of Animal Ecology*, Vol. 71, pp. 651-662, 2002.

書誌的変遷註記

東北工業大学紀要は，昭和 40（1965）年に創刊されたが，これまでに 2 回，出版形態の変更があった。その書誌的変遷の経過は次のとおりである。

第 I 期〔昭和 40 年 3 月—昭和 43 年 7 月〕は，合集形態により，年 1 冊，全 4 冊発行した。

第 II 期〔昭和 43 年 12 月—昭和 55 年 3 月〕は，A ～ F の主題別 6 部門に分離し，1 冊 1 論文のモノグラフ・シリーズ形態によりそれぞれ逐次番号を付して不定期発行した。全 76 冊。部門により創刊時期・冊数が異なる。

第 III 期〔昭和 56 年 3 月—〕からは，再度，合集形態となり，**I：**理工学編，**II：**人文社会科学編の 2 分冊に再編され，年 1 回定期発行している。

巻次は継承せず，各期とも独自のナンバーをもつ。

Bibliographical Notes

on

Memoirs of the Tohoku Institute of Technology

The format of this journal has been substantially revised two times since its initial publication in 1965 :

I. March 1965—July 1968 : A total of 4 annual issues were published under the title of *Bulletin of the Tohoku Institute of Technology.*

II. December 1968—March 1980 : A total of 76 monographs were published unperiodically. These were classified under six fields of research lettered **A** through **F**. The starting date and the number of the monographs differ for each field.

III. March 1981 to date : The present series is published annually under the title of *Memoirs of the Tohoku Institute of Technology*, and consists of two separate volumes : **Ser. I**, Science and Engineering, and **Ser. II**, Humanities and Social Sciences.

Publications are numbered consecutively within each of the above formats.

2012（平成 24）年 3 月 31 日　発行　東北工業大学紀要　I：理工学編　第 32 号

発　行　者	東　北　工　業　大　学	〒 982-8577　仙台市太白区八木山香澄町 35 番 1 号
編集委員代表	高　橋　恒　夫	
寄贈交換事務担当	東北工業大学附属図書館	☎（022）305-3177
印　刷　所	笹氣出版印刷株式会社	〒 984-0011　仙台市若林区六丁の目西町 8 番 45 号

MEMOIRS
OF THE
TOHOKU INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Ser. I : Science and Engineering

No. 32

March 2012

CONTENTS

TOHOKU INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Sendai, Japan